

Techniques de modélisation et analyse de l'incertitude

Minh Ha-Duong

May 16, 2005

Ce texte présente une revue des méthodes utilisées en modélisation intégrée du changement climatique, en s'intéressant plus particulièrement à l'analyse de l'incertitude. Il construit sur les deux thèmes exposés aux chapitres précédents, à savoir la modélisation intégrée d'un problème d'environnement global et la théorie du risque.

Analyser l'incertitude, c'est essentiellement évoquer plusieurs futurs. Il s'agit toujours d'exécuter le modèle le long de multiples chemins d'exécution, pour aboutir à une famille de résultats. Trois genres d'approches sont utilisées :

- L'analyse de sensibilité et la construction de scénarios constitue un premier genre d'approche. Il se caractérise par l'indépendance logique entre chaque futur évoqué. Le calcul de 3 scénarios, par exemple, peut s'effectuer en parallèle sur 3 machines déconnectées entre elles. Lorsqu'on fait des statistiques sur un grand nombre de simulations, plus de 100, on parle de méthodes d'ensembles. Lorsque les paramètres de l'ensemble sont tirés au hasard en fonction d'une distribution de probabilité (et non systématiquement en suivant un plan d'expérience), on parle de méthode de Monte Carlo.
- Les méthodes basées sur les contraintes prennent en compte de l'incertitude non spécifique pure. En particulier la théorie de la viabilité vise explicitement à modéliser des problèmes pour lesquels les probabilités précises ne sont pas disponibles. Une caractéristique de ces méthodes est que le résultat n'est pas une famille finie de n futurs. C'est un continuum caractérisé dans son ensemble, calculé en une seule fois et sans privilégier aucune trajectoire particulière à l'intérieur.
- Le troisième genre d'approche utilise la programmation dynamique stochastique exposée au chapitre précédent. L'incertitude y est à nouveau réduite au risque, c'est à dire que l'on suppose une loi de probabilité sur s . Le flot des calculs diffère encore des deux approches précédentes. Contrairement à la viabilité le modèle explicite un petit nombre de chemins futurs, et contrairement à l'analyse de sensibilité ces chemins sont calculés tous ensemble et non de façon indépendante. Le résultat vise une interprétation prescriptive, puisque les calculs aboutissent à un plan d'action optimal, déterminant de façon univoque ce qu'il faut faire à court terme mais aussi comment adapter l'action en fonction sur l'arrivée d'information sur s .

Les trois sections de ce chapitre discutent successivement ces trois genre d'approches.

1 Méthodes de base : futurs disjoints

1.1 Catégories de modèles intégrés

Comme l'analyse de l'incertitude nécessite d'évaluer plusieurs ou un grand nombre de futurs, le temps d'exécution du modèle devient un critère essentiel du choix des méthodes utilisées. Les méthodes d'ensembles, par exemple, ne sont praticables que si l'exécution d'une simulation est rapide devant la durée de la recherche. Or certains types de modèles intégrés sont par nature numériquement plus difficiles à résoudre. Par exemple, un modèle déterminé uniquement par les conditions initiales est plus commode qu'un modèle déterminé par les conditions initiales et finales.

Un modèle intégré peut être vu comme une fonction $f(a, s)$ de deux arguments. Le premier argument est une variable représentant la politique climatique, l'acte a qu'il s'agit de discuter. Le second argument est un jeu de paramètres s représentant l'état du monde incertain.

L'acte a est la variable de commande. A ce niveau d'abstraction, l'acte a peut représenter un simple niveau de consommation moyen par individu, mais c'est plus souvent une trajectoire inter-temporelle dans un espace à plusieurs dimensions : par exemple les quotas d'émissions de CO₂ par secteur d'activité et par région du monde. Ainsi la notation a ne représente pas nécessairement un nombre réel, mais une fonction vectorielle qui dépend du temps qu'il aurait été trop lourd de noter $\mathbf{a}(t)$. La contrainte $a \in A$ représente la décision à prendre parmi l'ensemble des décisions possibles *a priori*.

Le paramètre s est incertain. Pour le changement climatique comme pour beaucoup de problèmes d'environnement controversés, l'incertitude porte sur deux termes appelés en général le risque direct et le risque inversé. Le risque direct est ici que l'augmentation des émissions de gaz à effet de serre dans l'atmosphère conduit à des perturbations potentiellement dangereuses du climat. Le risque inversé est celui de mal diriger l'économie par des politiques de réduction d'émissions inappropriées qui peuvent perturber le fonctionnement du secteur énergétique.

Un modèle déterminé par les conditions initiales peut être résolu de façon récursive, en déduisant successivement l'état du monde à la date t à partir de l'état du monde à la date $t - 1$. La modélisation des systèmes naturels, dans lesquels les causes produisent des effets ultérieurs, conduit naturellement à ce type de modèle. Cela conduit à une classe de modèles dits de *simulation*, dans lequel l'acte a et les paramètres s sont distingués au niveau de l'interprétation mais pas dans l'implémentation du modèle. La fonction f est multidimensionnelle, elle peut décrire les conséquences des actes dans un grand détail. Typiquement ce genre de modèle est à même de simuler l'évolution de plusieurs variables, sur plusieurs régions du monde, pendant plusieurs décennies.

Les modèles dits d'*équilibre général* sont aussi déterminés par les conditions initiales. Mais leur résolution est plus lourde que la simulation pure, car le modèle d'optimisation l'allocation des biens à une période donnée pour simuler un état des marchés, puisque sous les hypothèses d'efficacité, de complétude, d'anticipation parfaites et de rationalité des agents, l'optimum coïncide avec l'équilibre. Même si le truchement est un peu gros, cet artifice de modélisation représente des forces économiques bien réelles qui font qu'à service rendu égal, les agents se tournent d'abord vers la technologie la moins coûteuse.

Au contraire on obtient souvent un modèle déterminé par les conditions initiales et finales lorsque l'on représente les comportements d'anticipation parfaite des agents. Mais cela implique de prendre comme variable d'état la trajectoire $a(t)$ dans sa global-

ité, et multiplie donc la taille du problème par le nombre de pas de temps. Cela conduit à une classe de modèles dits d'*optimisation intertemporelle*, dans lesquels la justification de l'optimisation est normative : le modèle calcule la meilleure décision pour un planificateur bienveillant rationnel.

Dans ce type de modèles f est agrégée en un seul nombre interprété comme une mesure de bien-être de l'Humanité. C'est par exemple la somme actualisée du logarithme de la consommation. Le modèle calcule alors l'acte a^* qui maximise cet objectif global. On notera alors $U(a, s)$ plutôt que $f(a, s)$ le modèle. Par rapport au chapitre précédent sur la décision, la fonction-objectif agrège aussi les aspects multi-acteurs et multi-critères. Même si l'échelle de bien-être est graduée en unités monétaires, U prend théoriquement en compte les aspects non-marchands. On vise par exemple une préférence intrinsèque pour un climat traditionnel comme élément de culture locale.

Théoriquement, ces trois types de modèle se prêtent aux mêmes méthodes d'analyse de l'incertitude. Mais il faudra plus de ressources pour un modèle résolu par optimisation intertemporelle que pour un modèle de simulation.

1.2 Analyse de sensibilité et Monte Carlo

Dans tous les cas le premier temps, même si on dispose d'une distribution de probabilité sur les paramètres s , est d'examiner d'abord comme cas central le problème certain dérivé. En première approximation, on remplace donc les paramètres aléatoires par leur espérance. Pour le modèle d'optimisation intertemporel, cela s'écrit :

$$J^* = \max_{a \in A} U(a, \sum_s p_s s) \quad (1)$$

Les variables duales permettent de connaître, au voisinage de l'optimum, la variation du résultat par rapport à de petites variations des paramètres.

Dans un deuxième temps on s'intéresse aux grandes variations des paramètres. Pour cela on réalise une *analyse de sensibilité* qui vise à tester la robustesse du modèle vis à vis du calibrage, c'est à dire au choix de s . On parle d'incertitude paramétrique. Ayant calculé l'acte optimal a^* , on examine ses variations par rapport aux changements dans les paramètres s , en étudiant chaque paramètre s_k l'un après l'autre. Classiquement, il s'agit de recalculer les résultats du modèle en ayant doublé ou divisé par deux la valeur de l'un des paramètres s_k . Cela informe sur la robustesse numérique du modèle, et sur l'importance relative des paramètres.

Par exemple, dans le modèle de politique climatique DICE de Nordhaus [1994], les paramètres les plus importants se rapportent à 1/ la décélération de la croissance de la population, 2/ la décélération de la croissance de la productivité, 3/ le taux de préférence sociale pure pour le présent, 4/ la vitesse de décroissance de l'intensité en GES de la production, 5/ l'intercept de la fonction de dommage.

Mais si l'analyse de sensibilité permet de mettre en évidence quels sont les paramètres critiques du modèle, elle présente deux limites fondamentales. D'une part, elle n'informe que sur le modèle et non la réalité. En effet doubler la valeur numérique de tel ou tel paramètre n'a pas la même pertinence en fonction de la largeur de la plage d'incertitude associée. D'autre part, elle ne permet pas d'explorer les variations jointes des paramètres.

C'est pourquoi dans un troisième temps, les méthodes dites d'ensemble sont utilisées lorsque les ressources en calcul le permettent. Elles consistent à calculer le modèle un grand nombre de fois, en changeant à chaque fois les paramètres s . On est ainsi ammené déterminer un ensemble de résultats du modèle intégré, correspondant à un ensemble de paramètres. Différentes techniques existent pour choisir les points sur

lesquels évaluer le modèle. Dans les techniques dites de Monte Carlo, le choix des paramètres s est tiré au hasard en fonction d'une distribution de probabilité sur s .

Pour un modèle d'optimisation, cela revient à examiner à chaque fois la meilleure politique climatique en faisant comme si s était connu, ce qui se note de la façon suivante:

$$J_s^* = \max_{a \in A} U(a, s) \quad (2)$$

L'aboutissement de ce genre d'analyse peut conduire à évaluer une distribution de probabilité sur le résultat, en fonction des probabilités *ex ante* sur s . Ce type de résultat devrait être traité avec la plus grande prudence. En effet, son interprétation demande une bonne compréhension de la nature de la distribution de probabilité initiale, qui n'est pas nécessairement dérivée de fréquences empiriques bien observées.

Si ces méthodes sont intensive en calcul, à cause de l'explosion combinatoire avec le nombre des paramètres, elles sont facilitées par l'existence de progiciels prêt à l'emploi. Elles ont aussi l'avantage de pouvoir être utilisées aussi bien avec un modèle de simulation récursive qu'avec un modèle d'optimisation intertemporelle ou d'équilibre général. Et elles ne nécessitent pas de modifier le code du modèle lui-même, celui-ci peut rester une boîte noire tant qu'il est possible de modifier les paramètres d'entrée et récupérer les résultats. Enfin la parallélisation des calculs est relativement aisée, puisque chaque fil d'exécution est indépendant.

1.3 Scénarios

Les scénarios peuvent être abordés comme une suite logique des étapes précédentes. Dans cette séquence, l'analyse de sensibilité est d'abord utilisée pour déterminer les paramètres critiques. Puis on leur attribue des distributions de probabilité, explorées par les méthodes de Monte-Carlo. Enfin la sélection d'un nombre réduit de scénarios contrastés et informatifs peut s'opérer, par exemple en considérant les quantiles de la distribution empirique des résultats.

Mais l'analyse de sensibilité d'un modèle ne permet jamais de capturer l'ensemble des savoirs relatifs à un problème donné. Par définition, un modèle même intégré présente des limites, et l'exercice conduit ainsi à privilégier la réflexion sur ce qu'il a été possible de modéliser au détriment du reste. Ce type d'analyse nécessite souvent des hypothèses fortes sur l'indépendance des paramètres externes du modèle, comme par exemple les taux de croissance démographique et économique.

L'approche historique de la construction des scénarios est totalement différente de l'analyse de sensibilité. Il s'agit de partir d'abord d'un ensemble de visions du monde décrites narrativement, et d'en déduire accessoirement des paramétrisations numériques. Cette méthode met l'accent sur le rôle non-prédictif des modèles, qui sont surtout utilisés comme instruments de communication pour projeter des images plus parlantes du futur.

Au risque de heurter la logique déductive, cette approche de la scénarisation n'exclut pas les aller-retours pour redéfinir les paramètres en fonction des résultats. En effet, elle ne vise pas à prédire le futur, mais à entretenir une conversation stratégique à l'intérieur de l'organisation qui construit les scénarios, afin d'attirer l'attention des cadres sur les opportunités et les besoins d'adaptation de cette organisation.

C'est ainsi par exemple que concernant le changement climatique, deux scénarios sont souvent opposés pour focaliser la discussion sur l'importance du court-terme dans l'évaluation des trajectoires de réduction. Ils reposent sur la construction de deux

profils d'émissions de gaz à effet de serre compatibles avec la stabilisation de la concentration de CO₂ à 550 ppmv à long terme mais contrastés dans leurs implications politiques à court terme. Le scénario construit à partir de la proposition « suivre la trajectoire de référence pendant deux décennies » est appelé W550, alors que le scénario « agir tôt en réduisant les émissions » est S550. Ils sont représentés sur la Figure ?? page ??.

Les deux approches s'opposent quand à l'usage des probabilités, puisque si elles guident fondamentalement l'analyse utilisant un modèle, elles sont au contraire rejetées d'emblée par l'approche narrative. En tentant une synthèse de cette opposition avec les probabilités imprécises, Ha-Duong [2002] propose une approche formelle des règles de la prospective.

2 Viabilité : l'incertitude non-spécifique pure

2.1 Acceptabilité, bornes et contraintes inter-temporelles

Morgan and Henrion [1990] rappellent que les méthodes sophistiquées exposées ci dessus doivent aussi être complétées par des analyses simples. La modélisation numérique ne doit pas faire oublier que les lois fondamentales de conservation, les équilibres, l'analyse dimensionnelle et le bon sens permettent souvent de dire beaucoup. L'approche qui vise à déterminer des ordres de grandeur pour borner le problème est appelée Bounding Analysis.

L'analyse des bornes est également inévitable pour des raisons pratiques. Pour construire un modèle numérique, il est nécessaire de choisir des unités de mesure, ce qui conduit à des plages de valeurs intuitivement raisonnables pour les variables utilisées. Il est également souhaitable d'inclure ces bornes pour une bonne exécution du code. Par exemple, sauf à accorder une confiance aveugle dans les capacités de l'ordinateur et des logiciels, il faut mettre les variables à l'échelle entre 0.01 et 100 dans un problème d'optimisation numérique. C'est pourquoi langages de modélisation comme GAMS permettent d'associer des bornes supérieure et inférieure à chaque variable, même les langages de programmation généralistes n'offrent pas cette capacité nativement.

Or, du point de vue de l'analyse de l'incertitude, l'analyse des bornes peut être vue comme la formalisation de l'incertitude non-spécifique pure. La théorie de la viabilité étend l'analyse des bornes dans un cadre inter-temporel.

L'approche en viabilité vise à caractériser l'ensemble des trajectoires satisfaisant un jeu de contraintes $f(a, s) \in K$ donné à toutes les périodes, en respectant les contraintes sur le contrôle admissible $\{a \in A\}$. L'incertitude sur les paramètres s n'est pas représentée par une distribution de probabilité, mais par une contrainte non spécifique $s \in S$.

Une différence essentielle avec l'analyse de sensibilité est que toutes les trajectoires possibles sont déterminées par un seul calcul, et non par des variantes autour d'un scénario principal. Les techniques de viabilité se rapprochent des méthodes d'ensemble, mais en remplaçant l'idée d'échantillonnage par l'idée d'une exploration exhaustive des contraintes.

2.2 Illustration d'un couloir de viabilité

Dans ce cadre le groupe de modélisation intégrée de Potsdam, au PIK, développe la « Tolerable Windows Approach ». Le projet ICLIPS (Integrated Assessment of Cli-

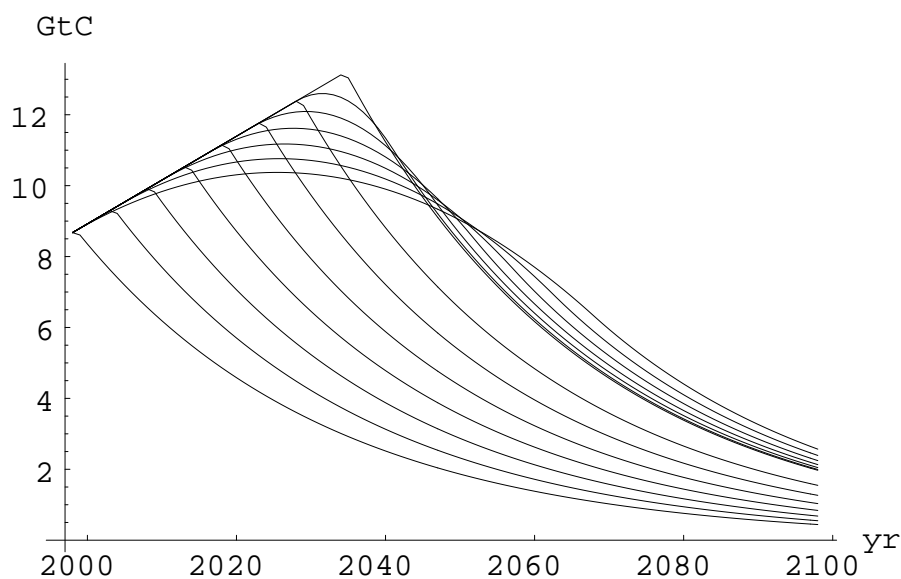


Figure 1: Un couloir de viabilité.

mate Protection Strategies, Toth et al. [1997]) utilise un modèle climat-océan-atmosphère représentant une dizaine d'espèces et les impacts régionalisés du réchauffement global pour calculer l'ensemble des profils d'émission compatibles avec un jeu de contraintes écologiques et socio-économiques données.

De façon comparable l'équipe d'IMAGE au RIVM a procédé à une analyse selon le concept de Safe Landing Corridor, décrite par Leemans and Kreilman [1999]. L'approche consista à : 1/ Tirer un large échantillon de scénarios d'émission, calculer les impacts associés. 2/ Filtrer l'échantillon précédent par des contraintes de faisabilité technico-économiques. 3/ Filtrer à nouveau en fonction d'objectif d'environnement. Pour la dernière étape, les chercheurs ont utilisé une maquette statistique de la relation impact-émissions déterminée sur l'échantillon de départ, maquette qui tourne en quelques secondes au lieu de plusieurs heures.

Afin de mieux faire comprendre le type de résultats obtenus par cette approche, un petit modèle en *Mathematica* a été développé pour illustrer le concept de couloir de viabilité. Dans cette maquette, $a = (t_1, t_2)$, les trajectoires d'émissions globales de CO_2 sont définies par deux dates-clés t_1 et t_2 . Ces dates délimitent trois périodes. Pendant la première période, de t_0 à t_1 , les émissions mondiales augmentent linéairement en suivant la tendance de référence. La seconde période est caractérisée par une trajectoire parabolique entre t_1 et t_2 , c'est un temps de transition¹. La troisième période, au delà de t_2 présente une décroissance exponentielle des émissions au taux constant de 3% par an.

Parmi cet ensemble de trajectoires, la Figure 1 illustre celles qui sont compatibles avec un plafond de concentration fixé à 500 ppmv. Ce plafond de concentration constitue ici la contrainte de viabilité. La zone entre les enveloppes supérieure et inférieure de cette famille de courbes constitue le couloir de viabilité. Par tout point du couloir il passe au moins une courbe viable, même si par souci de clarté toutes ne sont pas

¹Les raccords en t_1 et t_2 sont tels que la trajectoire d'émissions en fonction du temps reste continue et dérivable.

représentées sur la figure.

Représenter toutes les trajectoires viables aurait obscurci la remarque fondamentale propre à cette technique : toute courbe arbitraire tracée à l'intérieur du couloir n'est pas nécessairement viable. En particulier, la frontière supérieure n'est pas une trajectoire viable. Plus le décrochage par rapport à la tendance intervient tard, plus la période de transition doit être brève, et plus le passage sur un mode de décroissance exponentielle doit intervenir tôt.

2.3 Discussion critique

L'inconvénient le plus important de l'approche en viabilité est qu'il est difficile de trouver des progiciels prêt à l'emploi pour ce genre d'analyse. En effet la théorie est plus moderne par rapport à l'analyse des systèmes classique. C'est un inconvénient car ce type d'approche est comparativement intensif en calcul par rapport à l'optimisation intertemporelle. Mathématiquement, la viabilité peut être vue comme une théorie plus générale dont l'optimisation dynamique est un cas particulier. Aubin [1999, ch. 2] montre comment les théorèmes de la viabilité permettent d'éclairer les problèmes classique de la théorie du contrôle optimal. Par exemple, toute trajectoire optimale sous contraintes est viable par rapport à ces mêmes contraintes.

Sur le plan numérique, les calculs en viabilité sont plus lourds car ils visent à caractériser d'un seul coup l'ensemble de toutes les trajectoires viables, et non à calculer un optimum unique. Pour cela elles représentent la dynamique du système avec une inclusion différentielle et une simple équation différentielle. L'analyse est ainsi multi-valuée, et la notion de fonction dérivée (un scalaire) est remplacée par celle de cône tangent (dans un espace multi dimensionnel).

L'avantage le plus important est qu'elle se dispense de probabilités. En effet, beaucoup de problèmes d'économie et d'écologie sont peut-être mieux analysés en formalisant l'incertitude non spécifique pure dans un cadre inter-temporel. Le tunnel de viabilité permet ainsi de donner une image visuelle intuitive de la plage de décisions qui préservent la stabilité d'un système environnemental, même non linéaire.

Pour répondre à un problème social, il est nécessaire de passer par plusieurs étapes : remarquer l'existence d'un problème, reconnaître que c'est une urgence, décider de faire quelque chose, et enfin déterminer qui et comment agir. L'analyse de viabilité des systèmes est un outil particulièrement approprié pour la deuxième étape du processus. Il permet de donner une alerte de façon claire et sans s'encombrer des problèmes philosophiques des probabilités subjectives.

3 Optimisation dynamique stochastique

Cette section examine une méthode se répondant davantage aux questions posées à l'étape finale de la décision. On s'intéresse non plus à une famille d'actions et de trajectoires, mais à ce qu'il faudrait faire à court terme, compte tenu des incertitudes.

L'approche la plus directe et répandue utilise les probabilités subjectives. Dans ce contexte, il est alors possible de sophistiquer l'analyse de risque, pour prendre en compte le caractère inter-temporel de la décision. Cette dernière section met en oeuvre le concept de stratégie contingente introduit précédemment avec le Marchand de Glaces. En particulier, elle offre une perspective plus détaillée sur Ha-Duong [1998] et les questions soulevées récemment par Treich [2000, note 12].

3.1 Modéliser l'arrivée d'information

Dans l'analyse de risque classique, le modèle décrit une situation dans laquelle on choisit d'abord un acte, le risque étant résolu ensuite. C'est la situation du Marchand de Glaces au début de la section ???. Dans le cadre des modèles du changement climatique, Manne and Richels [1992] qualifie de situation « Act Then Learn » (ATL) ce type de raisonnement où la maximisation de l'utilité espérée s'écrit :

$$J_{ATL}^* = \max_{a \in A} \sum_{s \in S} p_s U(a, s) \quad (3)$$

Dans le modèle d'analyse du changement climatique utilisé en coût-efficacité, une telle formalisation induit un comportement pessimiste. En effet, la contrainte de plafonner à 450 ppmv dans le cas défavorable dicte le résultat, même si sa probabilité subjective n'est qu'un tiers. Sur la figure ??, ce cas conduit donc à une trajectoire basse, proche des courbes Kyoto et U550. Ce résultat pourrait être considéré comme un défaut méthodologique du fait que s représente une contrainte stricte sur les concentrations de CO₂.

En effet, il ne s'agit pas de choisir aujourd'hui pour le siècle prochain en considérant seulement le pire des cas. L'enjeu est d'adopter une stratégie de précaution susceptible de s'adapter, car le problème du changement climatique est intergénérationnel. Prendre en compte le caractère séquentiel de la décision nécessite donc bien d'utiliser la notion de stratégie contingente introduite section ??.

Supposons que l'état du monde s se révèle en 2020. La politique climatique $a = (a_1, a_2^s)$ se décompose en deux programmes, l'avant et l'après 2020. La première partie, a_1 , représente la stratégie avant l'observation de l'état du monde s . La seconde partie, a_2^s , représente les différentes actions adaptées en fonction de la valeur de s observée. L'intuition essentielle de la programmation dynamique est que la maximisation de l'espérance de l'utilité s'opère en deux étapes en commençant par la fin :

En 2020, le programme de décision sera le choix de a_2^s qui maximise $U(a_1, a_2^s, s)$, étant entendu que dans cette expression s et a_1 seront constants, puisque l'état du monde sera observé et l'action en première période sera terminée. Posons $V(a_1, s) = \max_{a_2^s} U(a_1, a_2^s, s)$.

En première période, le programme de décision est la maximisation de l'espérance de l'utilité soit $\sum_{s \in S} p_s V(a_1, s)$. La maximisation est écrite en sachant que le second choix sera optimal.

Le mode de résolution qui en suit est appelé « Learn Then Act » (LTA) pour les modèles intégrés du changement climatique. Les deux étapes peuvent s'écrire en une seule formule :

$$J_{LTA}^* = \max_{a_1} \sum_{s \in S} p_s \max_{a_2^s} U(a_1, a_2^s, s) \quad (4)$$

sous la contrainte $\forall s, ; (a_1, a_2^s) \in A$. Une stratégie contingente optimale de ce type est illustrée figure ?? par les courbes U550. Dans cet exercice, nous avons supposé que le choix d'un objectif de long terme (450, 550 ou 650 ppmv) était pris en 2020 avec équiprobabilité.

3.2 Technique du programme certain équivalent

Pour résoudre numériquement, il est utile de ramener le programme précédent à un programme comportant un seul opérateur de maximisation. Supposons que s puisse

prendre N valeurs distinctes. En considérant les a_2^s comme N variables indépendantes, on peut écrire:

$$J_{LTA}^* = \max_{a_1, a_2^s} \sum_{s \in S} p_s U(a_1, a_2^s, s) \quad (5)$$

Une seconde astuce technique facilite l'implémentation de la formule (4) dans les modèles. Sur la figure ??, il s'agit de considérer que la courbe U550 dans sa partie avant 2020 résulte en fait de la superposition des trois branches confondues. En terme de programmation, on considère que l'ensemble des actions $a = (a_1, a_2^s)$ n'est autre que comme l'ensemble des actions $a(s) = (a_1^s, a_2^s)$ sous la contrainte que a_1^s est indépendant de s .

Il est alors possible de ramener la formule (4) à la la résolution d'un programme décrit par la formule (3) dans lequel la dimension du problème a été multiplié par N .

$$J_{LTA}^* = \max_{a(s)} \sum_{s \in S} p_s U(a(s), s) \quad (6)$$

Sous la double contrainte $\forall s, ; a(s) \in A$ et $\forall s, s' \in S, a_1^s = a_1^{s'}$.

La 'recette' pour obtenir (6) à partir de (3), c'est à dire résoudre en stratégie contingente un problème de décision exprimé comme la maximisation de l'espérance de l'utilité est donc : faire dépendre les actions de l'état du monde, et lier les actions avant l'arrivée de l'information. Dans des langages spécifiquement conçus pour formuler des problèmes d'optimisation comme GAMS, la mise en oeuvre est assez simple.

On peut alors accéder à la valeur espérée de l'information future $EVFI^*$, qui se définit comme la différence entre J_{ATL}^* et J_{LTA}^* . Dans le cas du changement du climat, cette valeur correspond au bénéfice social attendu des recherches sur la géophysique et sur les impacts permettant de définir un plafond acceptable.

L'importance de préserver la flexibilité des choix, avec la notion de valeur d'option, peut ains être quantifiée. Un acte a_1 sous-optimal en première période dégrade la valeur de l'information future : si les émissions de CO_2 continuent à croître exponentiellement, une alerte à propos de bifurcations climatiques autour de 450ppmv sera inutile.

Conclusion

Gérer l'incertitude dans un modèle, c'est ne pas se restreindre à une seule image du futur. Pour cela le modèle standard de l'espérance de l'utilité n'est finalement qu'une approche parmi d'autres. Même si ce paradigme domine les travaux théoriques stylisés, en pratique comme on ne dispose pas de probabilités objectives sur le long terme plusieurs façons de rendre multivoque l'analyse sont justifiées : l'optimisation stochastique, mais aussi les simulations ou les approches basées sur les contraintes.

References

- Jean-Pierre Aubin. A concise introduction to viability theory and optimal control. Technical report, Université de Paris Dauphine, 1999.
- Minh Ha-Duong. Quasi-option value and climate policy choices. *Energy Economics*, 20:599–620, 1998.

- Minh Ha-Duong. Uncertainty theory and complex system scenario analysis. In *Computational and Mathematical Organisation Theory Conference - CASOS 2002*, Pittsburgh, PA, June 21-23 2002. CASOS.
- Rik Leemans and Eric Kreilman. The IMAGE-2 model: policy and scientific analysis. Final report NRP no. 410 200 037 481508 011, RIVM, March 1999.
- Alan S. Manne and Richard Richels. *Buying Greenhouse Insurance: The Economic Cost of CO₂ Emissions Limits*. MIT Press, 1992.
- M. Granger Morgan and Max Henrion. *Uncertainty: A guide to dealing with uncertainty in quantitative risk and policy analysis*. Cambridge University Press, 1990. ISBN 0-521-42744-4.
- William D. Nordhaus. *Managing the Global Commons*. MIT Press, 1994.
- Ferenc L. Toth, Thomas Bruckner, Hans-Martin Füssel, Marian Leimbach, and Gerhard Petschel-Held. The Tolerable Window approach to integrated assessments. In O. K. Cameron, K. Fukuwatari, and T. Morita, editors, *Climate Change and Integrated Assessment Models: Bridging the Gaps—Proceedings of the IPCC Asia Pacific Workshop on Integrated Assessment Models*, pages 403–430, United Nations University, Tokyo, Japan, 10-12 March 1997. National Institute for Environmental Studies, Tsukuba, Japan. CGER Report Nr. I029-97.
- Nicolas Treich. Décision séquentielle et principe de précaution. *Cahiers d'Économie et de Sociologie Rurale*, 55-56:6–24, 2000. URL <http://www.inra.fr/Internet/Departements/ESR/publications/cahiers/pdf/treich>.