Présentation au séminaire de recherche Astrid
Compiègne, 12 décembre 2006

Fusion of experts' opinions with the Transferable Belief Model: application to climate sensitivity

Minh Ha-Duong

Fusion des opinions d'experts sur $\Delta T_{2\times}$ avec le TBM

1. Réchauffement global et le changement climatique

Réchauffement global au XXIe siècle: $+0.7^\circ$C
Récement: $+0.2^\circ$C par decennie.

Cause: augmentation de la concentration des gaz à effet de serre.
Concentration CO_2: $+30\%$.

$\Delta T_{2\times}$: réchauffement correspondant au doublement de la concentration de CO_2 équivalent.

0.7 / 30% * 100% $\simeq$ 2.3 $^\circ$C.

La sensibilité climatique $\Delta T_{2\times}$: une ancre imprécise

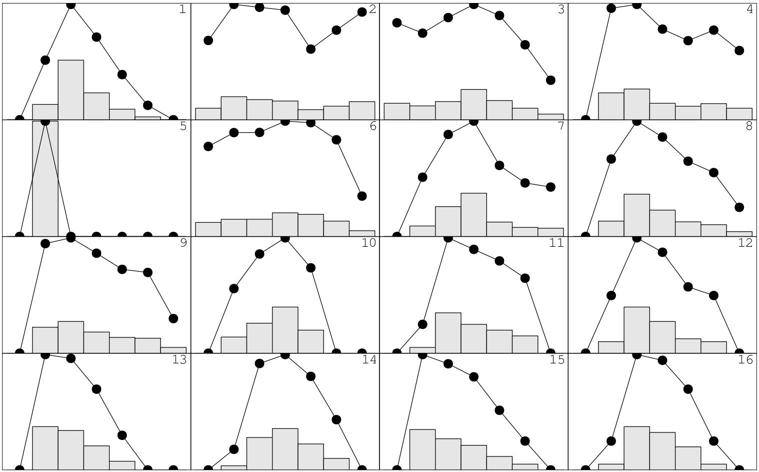
La sensibilité climatique $\Delta T_{2\times}$ est une mesure de la gravité du problème à long terme.
Rôle de communcation entre les experts du GIEC et les négociateurs politiques.
Entre 1.5°Cà 4.5°C.

Dans ce travail, on subdivise en 7 intervalles:

$$\begin{aligned} \Omega &= \{\omega_1, \ldots, \omega_7\} \\ &= \{[-6, 0],\ [0, 1.5],\ [1.5, 2.5],\ [2.5, 3.5],\ [3.5, 4.5],\ [4.5, 6],\ [6, 12]\} \end{aligned}$$

Publications de lois de probabilités subjectives et (plus récement) objectives.

Les 16 experts (Morgan et Keith, 1995)



Littérature sur la sensibilité climatique

	$T_{2x} \in [0^\circ\mathrm{C}, 1.5^\circ\mathrm{C}]$	$[1.5^\circ\mathrm{C}, 4.5^\circ\mathrm{C}]$	$[4.5^\circ\mathrm{C}, 10^\circ\mathrm{C}]$
PDF Littérature	[0, 0.07]	[0.31, 0.98]	[0.02, 0.62]
Kriegler (2005)	[0, 0.00]	[0.53, 0.99]	[0.01, 0.47]

Table: Intervalles de probabilité pour la sensibilité climatique.

Exemple: $0.31 \leq p(\Delta T_{2x} \in [1.5^\circ\mathrm{C},\ 4.5^\circ\mathrm{C}]) \leq 0.98$.

L'aggrégation des experts

Choix de méthode:

- Imprécise
- Affirmée explicite plutôt que déniée (donc implicite)
- Mathématique plutôt qu'interactive

Considérations techniques:

- Les experts ne sont pas des sources d'information indépendantes
- Certains peuvent avoir tort (mais on ne veut pas dire qui)

Fusion des 16 opinions en 2 temps

1. Grouper les experts non indépendants:

$$\begin{aligned} m_A &= m'_2 \text{ et } m'_3 \text{ et } m'_6 \\ m_B &= m'_4 \text{ et } m'_7 \text{ et } m'_8 \text{ et } m'_9 \\ m_C &= m'_1 \text{ et } m'_{10} \text{ et } \cdots \text{ et } m'_{16} \\ m_D &= m'_5 \end{aligned}$$

2. Fusionner les groupes

$$m^* = m_A \text{ ou } m_B \text{ ou } m_C \text{ ou } m_D$$

2. Le modèle des croyances transférables (TBM)

On représente un état de croyance en répartissant une masse totale unitaire entre tous les sous ensembles A de Ω:

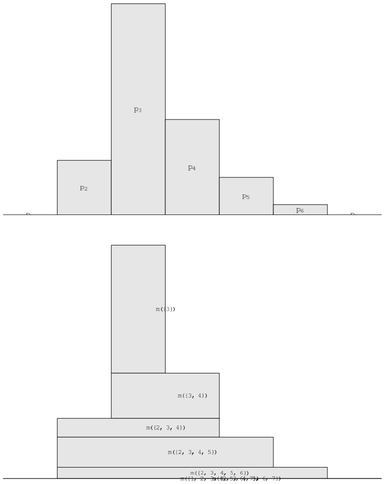
$$\sum_{A \subset \Omega} m(A) = 1$$

Prior non informatifs C'est la répartition de masse m_0 definie par $m_0(A) = 1$ si $A = \Omega$, $m_0(A) = 0$ sinon.

Croyance simple dogmatique Répartition m_1 définie par $m_1(\{\omega_3, \omega_4, \omega_5\}) = 1$, $m_1(A) = 0$ dans tous les autres cas. Elle représente la certitude que la sensibilité climatique est dans l'intervalle de l'IPCC, soit 1.5 à 4.5°C.

Discrédit On n'est jamais tout à fait sûr, $m' = 0.99 m_1 + 0.01 m_0$

Expert 1: probabilité et masse de croyance



Probabilité dérivée de la masse de croyance

Masse "moyenne" : Probabilité que la sensibilité climatique soit dans l'intervalle ω_i:

$$p(\omega_i) = \sum_{A \subset \Omega \text{ tel que } \omega_i \in A} \frac{m(A)}{|A|}$$

où $|A|$ dénote le nombre d'éléments de A.

Probabilités extrêmes dérivées de la masse de croyance

Rien de justifie un partage équitable de la croyance $m(A)$ entre les différentes alternatives composant A. Au contraire !

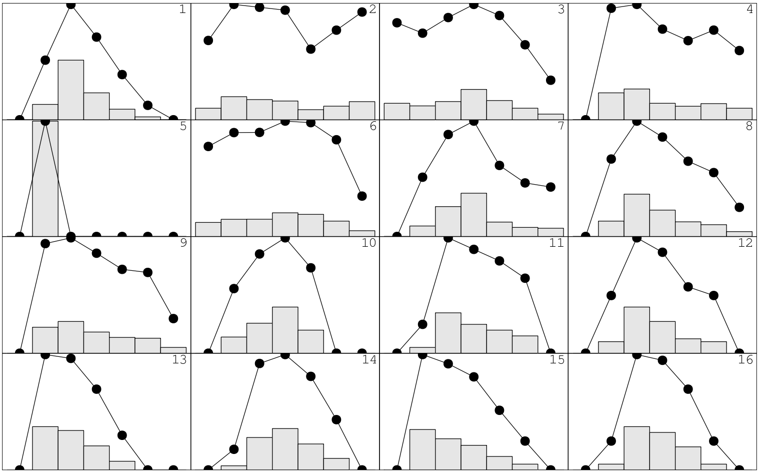
Masse minimale: $m(\{\omega_i\})$

Masse maximale: Somme des masses de tous les sous ensembles contenant ω_i.

$$pl(\{\omega_i\}) = \sum_{A \subset \Omega \text{ tel que } \omega_i \in A} m(A)$$

Plausibilité que la sensibilité climatique soit dans l'intervalle ω_i.

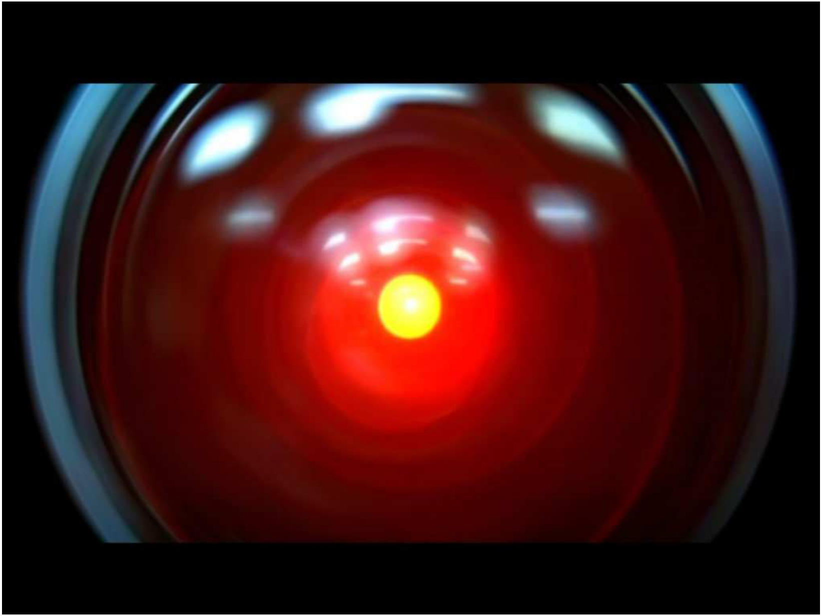
Les 16 experts (Morgan et Keith, 1995)



Opérateurs de combinaison des croyances

- ET avec indépendance : $m_1 \bigcap m_2$
- OU avec indépendance : $m_1 \bigcup m_2$
- Combinaison prudente : $m_1 \bigwedge m_2$

Problème de la contradiction en intelligence artificielle



ET avec indépendance (non interactivité)

$$\mu^{1 \bigcap 2}(A) = \sum_{B \cap C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Problème fondamental: les opinions d'experts sont trop dissonantes, la masse de croyance tombe dans l'ensemble vide $\emptyset$.

Originalité du Modèle des Croyances Transférables (TBM)

Règle de Dempster : renormaliser en divisant par $\frac{1}{1-m(\emptyset)}$??

Résultat paradoxal: $\omega_1 = [0, 1^\circ\mathrm{C}]$ avec certitude.

Réponse du TBM: ne pas renormaliser. Si on combine "une chose ET son contraire", alors $m(\emptyset) \to 1$

C'est un symptôme que le métamodèle est mauvais. Par exemple, si capteur défaillant, discréditer la source. Considérer d'autres opérateurs de fusion.

La disjonction

$$\mu^{1\bigcup 2}(A) = \sum_{B \cup C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Autre définition: loi De Morgan avec la négation: $\overline{m}(A) = m(\overline{A})$.

$$\mu^{1\bigcup 2} = \overline{\overline{m_1} \bigcap \overline{m_2}}$$

Application: disjonction des 16 opinions d'experts

$\Delta T_{2\times}$	-6,0	0,1.5	1.5,2.5	2.5,3.5	3.5,4.5	4.5,6	6,12
$\bigcup(p_i)(\omega_i)$	0.32	1	1	0.99	0.91	0.74	0.42

Pas très informatif, mais surtout:

Hypothèse d'indépendence ??

Forme canonique des fonctions de croyance

Soit A^w la fonction de masse généralisée μ définie par:

$$\begin{array}{rcll} \mu(A) & = & 1 - e^{-w} & \\ \mu(\Omega) & = & e^{-w} & \\ \mu(B) & = & 0 & \text{sinon} \end{array} \qquad (1)$$

A^w représente une information pointant A avec un poids w.

Théorème: Tout croyance m se décompose en conjonction de tels facteurs irréductibles:

$$m = \bigcap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{w(A)}$$

Opérateurs de Combinaison

Théorème: La conjonction c'est faire la somme des facteurs:

$$m_{1 \bigcap 2} = \bigcap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{w_1(A)+w_2(A)}$$

Définition: La combinaison prudente c'est le plus petit multiple commun:

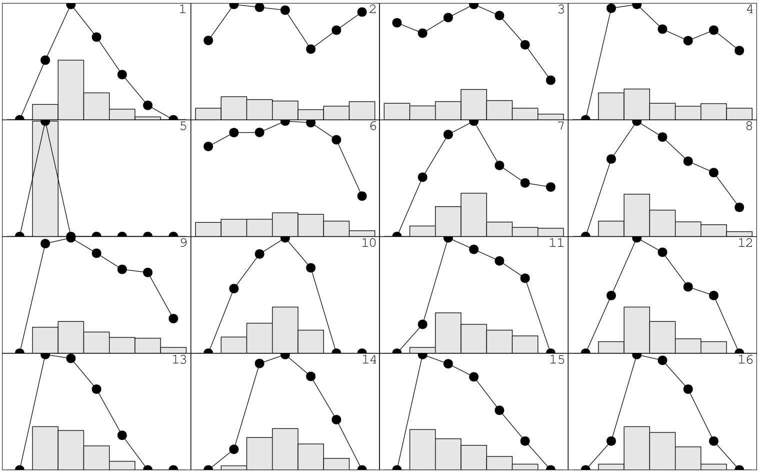
$$m_{1 \bigwedge 2} = \bigcap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{\max(w_1(A), w_2(A))}$$

3. Fusion en deux étapes

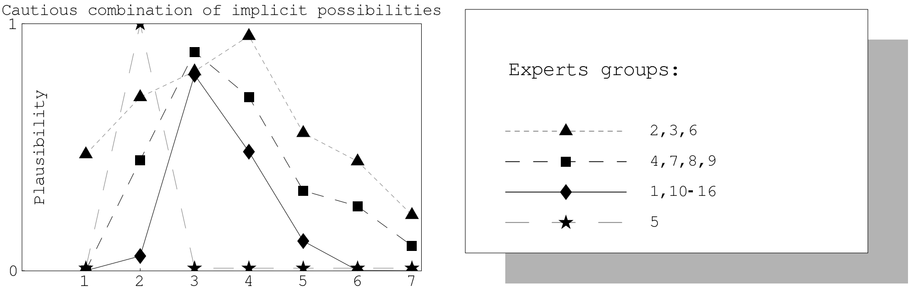
1. Grouper les experts, combinaison prudente dans chaque groupe

2. Disjonction non interactive entre les groupes

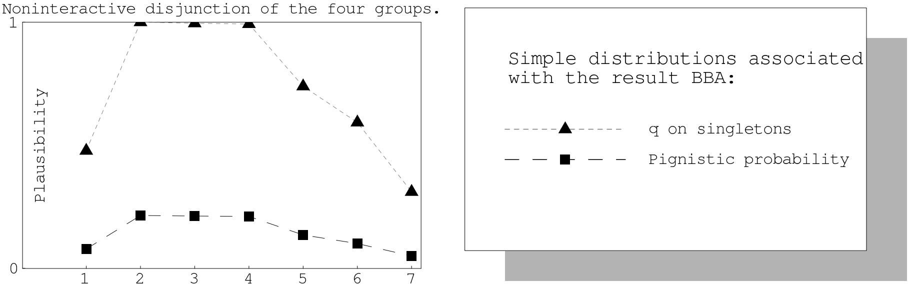
Les 16 experts



Combinaisons prudentes intra-groupes



Résultat final de la disjonction inter-groupes



ω	-6,0	0,1.5	1.5,2.5	2.5,3.5	3.5,4.5	4.5,6.0	6.0,12
pl	0.48	1.	1.	0.99	0.74	0.59	0.31
p	0.08	0.21	0.21	0.21	0.14	0.10	0.05

La vraie fonction de masse

subset A	$m^*(A)$
{2}	0.0001
{3, 2}	0.0074
{4, 2}	0.0033
{4, 3, 2}	0.1587
{4, 3, 2, 1}	0.0064
{5, 4, 2}	0.0011
{5, 4, 3, 2}	0.1321
{5, 4, 3, 2, 1}	0.0709
{6, 4, 3, 2}	0.0267
{6, 4, 3, 2, 1}	0.0129
{6, 5, 4, 3, 2}	0.0888
{6, 5, 4, 3, 2, 1}	0.1811
{7, 4, 3, 2}	0.0211
{7, 5, 4, 3, 2}	0.0063
{7, 6, 4, 3, 2}	0.0135
{7, 6, 4, 3, 2, 1}	0.0105
{7, 6, 5, 4, 3, 2}	0.0632
{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1}	0.1056

Conclusion

- Application d'une méthode nouvelle et imprécise
- Plausibilité 0.62 que la sensibilité soit au dessus de $4.5^{\circ}C$
- Modéliser la relation sociale entre les experts ?