Séminaire de recherche CIRED
Nogent sur Marne, Jeudi 17 Janvier 2008

Symmetric and hierarchical fusion of expert opinion in the Transferable Belief Model, application on a climate sensitivity dataset

Minh Ha-Duong

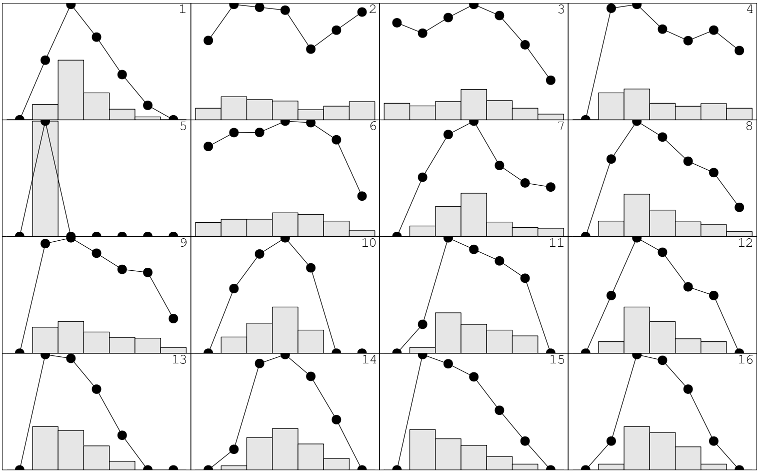
1. Introduction

La sensibilité climatique $\Delta T_{2\times}$: une ancre imprécise. Publications de lois de probabilités subjectives et (plus récement) objectives. Entre 1.5°Cet 4.5°Cou plus ?

On subdivise en 7 intervalles:

$$
\begin{aligned}
\Omega &= \{\omega_1, \ldots, \omega_7\} \\
&= \{[-6, 0],\ [0, 1.5],\ [1.5, 2.5],\ [2.5, 3.5],\ [3.5, 4.5],\ [4.5, 6],\ [6, 12]\}
\end{aligned}
$$

Opinions recueillies par Morgan et Keith en 1995



La fusion des opinions d'experts en situation de controverse

- Non indépendance $\rightarrow$ Attention à la fausse précision
- Contradiction totale des opinions
- Eviter l'*argumentum ad populum*: (science valide $\neq$ vote democratique)
- Peut-on jauger les experts ?

Proposition: une approche hiérarchique

1. Partitionner les experts en groupes/écoles/théories
2. Intra-groupe, conjonction prudente des opinions
3. Entre les groupes, disjonction

Plan

1. Introduction (faite))
2. Le modèle des croyances transférables
3. L'aggrégation hiérarchique des opinions d'experts
4. Discussion

2. Le modèle des croyances transférables (TBM)

On représente un état de croyance en répartissant une masse totale unitaire entre tous les sous ensembles A de Ω:

$$\sum_{A \subset \Omega} m(A) = 1$$

Exemples de *Croyance simple*: Certitude que la sensibilité climatique est dans l'intervalle de l'IPCC [1.5,4.5°C]: répartition m définie par $m(\{\omega_3, \omega_4, \omega_5\}) = 1$, $m_1(A) = 0$ dans tous les autres cas.

Répartitions de masse particulières

Croyance vide Répartition de masse definie par $m(A) = 1$ si $A = \Omega$, $m(A) = 0$ sinon. On ne sait rien (a priori).

Croyance contradictoire Répartition de masse definie par $m(A) = 1$ si $A = \emptyset$, $m(A) = 0$ sinon. On ne sait rien (a posteriori).

Croyances de l'expert 1: *m* bayésien en haut, *m* consonnant en bas

cludegraphics[width=5cm]p2m7

La combinaison des croyances

Rappel des défis: Non indépendance, contradiction, sensibilité au nombre d'experts, besoin de calibrer les experts.

- Moyenne: $(m_1 + m_2)/2$
- ET avec indépendance : $m_1 \textcircled{\cap} m_2$
- OU avec indépendance : $m_1 \textcircled{\cup} m_2$
- Combinaison prudente : $m_1 \textcircled{\wedge} m_2$

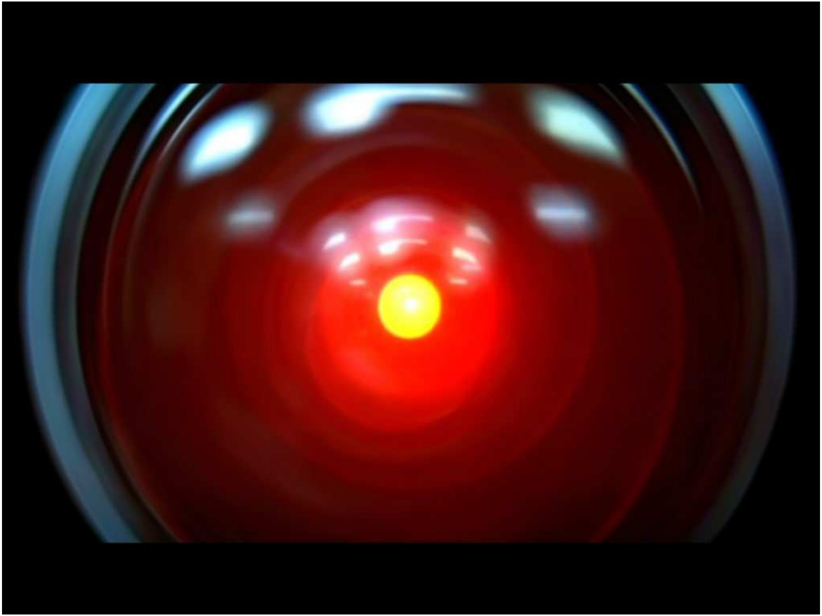
ET avec indépendance

Deux sources d'information fiables. C'est simplement l'intersection si les deux experts ont des croyances simples.

$$(\mu_1 \circledcap \mu_2)(A) = \sum_{B \cap C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Problème: sous controverse, la masse de croyance tombe dans l'ensemble vide $\emptyset$.

Problème de la contradiction en intelligence artificielle



Originalité du Modèle des Croyances Transférables (TBM)

Règle de Dempster : renormaliser en divisant par $\frac{1}{1-m(\oslash)}$??

Résultat paradoxal: $\omega_1 = [0, 1^\circ \mathrm{C}]$ avec certitude.

Réponse du TBM: ne pas renormaliser. Si on combine "une chose ET son contraire", alors $m(\oslash) \to 1$

C'est un symptôme que le métamodèle est mauvais. Par exemple, si capteur défaillant, discréditer la source. Considérer d'autres opérateurs de fusion.

La disjonction

C'est l'union si les deux experts ont des croyances simples.

$$(\mu_1 \circledcirc \mu_2)(A) = \sum_{B \cup C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Problème: tend vers des croyances vides (Tout est possible)

Décomposition de m en croyances élémentaires

Soit A^w la fonction de masse généralisée μ définie par:

$$\begin{aligned} \mu(A) &= 1 - e^{-w} \\ \mu(\Omega) &= e^{-w} \\ \mu(B) &= 0 \qquad \text{sinon} \end{aligned} \tag{1}$$

A^w représente une information pointant A avec un poids w.

Théorème: Tout croyance m telle que $m(\Omega) > 0$ se décompose en conjonction de tels facteurs irréductibles:

$$m = \circledcap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{w(A)}$$

Conjonction

Théorème: La conjonction c'est faire la somme des facteurs:

$$m_1 \circledcap m_2 = \circledcap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{w_1(A)+w_2(A)}$$

Hypothèse d'indépendance implicite, $m_1 \circledcap m_1$ est plus précis que m_1.

Combinaison prudente

C'est le plus petit multiple commun:

$$m_1 \owedge m_2 = \bigcirc\!\!\!\!\cap_{A \subset \Omega, A \neq \Omega} A^{\max(w_1(A), w_2(A))}$$

Idempotent: $m_1 \owedge m_1 = m_1$

Distributif: $(m_1 \bigcirc\!\!\!\!\cap\, m_2) \owedge (m_1 \bigcirc\!\!\!\!\cap\, m_3) = m_1 \bigcirc\!\!\!\!\cap\, (m_2 \owedge m_3)$

Discounting

On ajoute un doute r à une croyance m en la replaçant par la croyance m' definie par:

$$m'(A) = (1-r)m(A) \text{ si } A \neq \Omega \quad (2)$$

$$m'(\Omega) = (1-r)m(\Omega) + r \quad (3)$$

Justification technique ou philosophique.

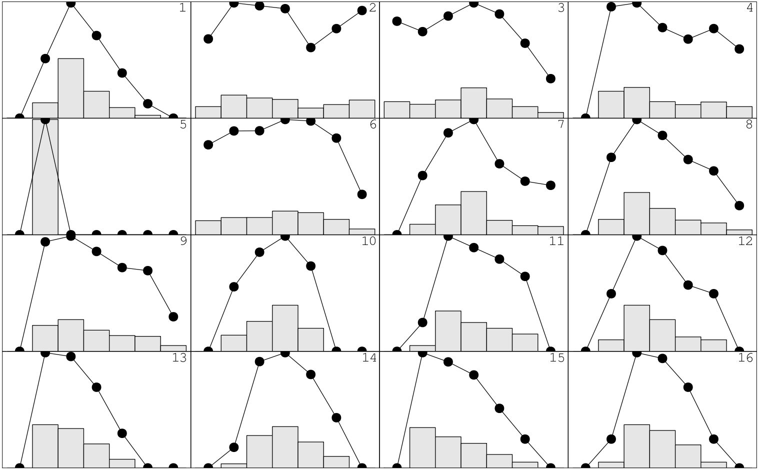
3. Fusion hiérarchique

3.1. Grouper les experts

3.2. Combinaison prudente dans chaque groupe

3.3. Disjonction entre les groupes

3.1 Grouper les experts



Fusion des 16 opinions en 2 temps

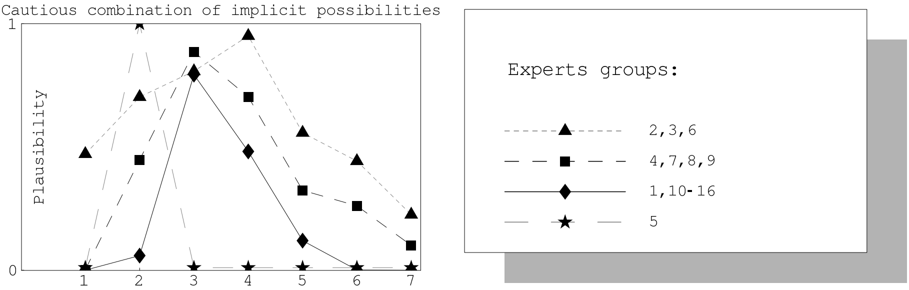
Conjonction prudente intra :

$$\begin{aligned} m_A &= m'_2 \owedge m'_3 \owedge m'_6 \\ m_B &= m'_4 \owedge m'_7 \owedge m'_8 \owedge m'_9 \\ m_C &= m'_1 \owedge m'_{10} \owedge \cdots \owedge m'_{16} \\ m_D &= m'_5 \end{aligned}$$

Disjonction entre groupes

$$m^* = m_A \ocircle\!\!\!\cup\, m_B \ocircle\!\!\!\cup\, m_C \ocircle\!\!\!\cup\, m_D$$

3.2 Conjonction prudente intra-groupes



3.3 Résultat: fonction de masse

subset A	$m^*(A)$
$\{2\}$	0.0001
$\{3, 2\}$	0.0074
$\{4, 2\}$	0.0033
$\{4, 3, 2\}$	0.1587
$\{4, 3, 2, 1\}$	0.0064
$\{5, 4, 2\}$	0.0011
$\{5, 4, 3, 2\}$	0.1321
$\{5, 4, 3, 2, 1\}$	0.0709
$\{6, 4, 3, 2\}$	0.0267
$\{6, 4, 3, 2, 1\}$	0.0129
$\{6, 5, 4, 3, 2\}$	0.0888
$\{6, 5, 4, 3, 2, 1\}$	0.1811
$\{7, 4, 3, 2\}$	0.0211
$\{7, 5, 4, 3, 2\}$	0.0063
$\{7, 6, 4, 3, 2\}$	0.0135
$\{7, 6, 4, 3, 2, 1\}$	0.0105
$\{7, 6, 5, 4, 3, 2\}$	0.0632
$\{7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$	0.1056

4. Discussion

4.1 Exploitation du résultat: décision et incertain

4.2 Comparaison avec les autres modes de fusion

4.3 Conclusion sur la sensibilité climatique

4.1 Critère de décision standard

Maximiser l'espérance de l'utilité considérant que m définit une probabilité 'moyenne' p^m par:

$$p^m(\omega) = \frac{1}{1 - m(\emptyset)} \sum_{\omega \in X} \frac{m(X)}{|X|} \tag{4}$$

où $|X|$ dénote le nombre d'éléments de X.

Probabilités extrêmes dérivées de la masse de croyance

Rien de justifie un partage équitable de la croyance $m(A)$ entre les différentes alternatives composant A. Au contraire !

Masse minimale: $m(\{\omega_i\})$

Masse maximale: Somme des masses de tous les sous ensembles contenant ω_i.

$$pl(\{\omega_i\}) = \sum_{A \subset \Omega \text{ tel que } \omega_i \in A} m(A)$$

Plausibilité que la sensibilité climatique soit dans l'intervalle ω_i.

Critère de décision nonadditifs

Toute distribution de masse m définit:
Une mesure de croyance (notion de nécessité, X doit arriver)

$$bel(X) = \sum_{\substack{A \subseteq X \\ A \neq \emptyset}} m(A) \tag{5}$$

Une mesure de plausibilité (notion de possibilité, X peut arriver)

$$pl(X) = \sum_{\substack{A \subseteq \Omega \\ A \cap X \neq \emptyset}} m(A) \tag{6}$$

Donne des critères mixtes.

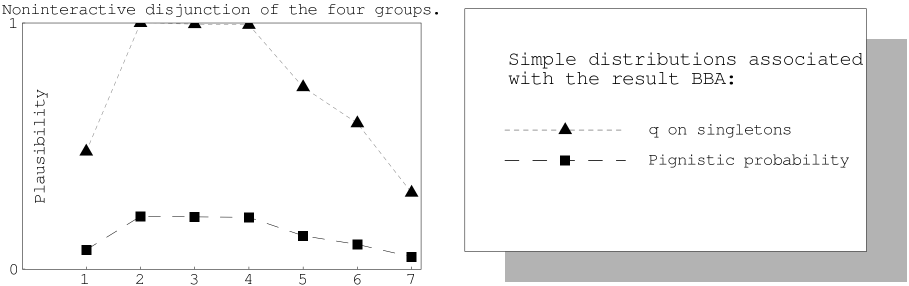
Critère de décision incomplet

m définit une famille de probabilités toutes également admissibles:

$$M = \{p : \forall X \ bel(X) \leq p(X) \leq pl(X)\}$$

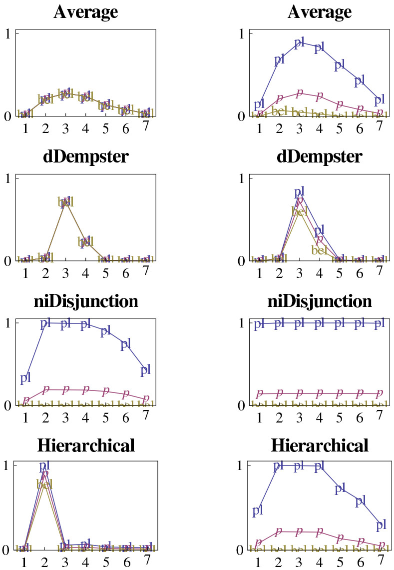
Un choix qui maximise l'espérance de l'utilité par rapport à l'une quelconque des probabilités de M est dit de Bayes.
Critère de décision: En l'absence d'information plus précise, n'importe quel choix de Bayes est rationnel.

Résultat en p^m et en plausibilité



6.0,12
0.05

4.2 Comparaison des méthodes de fusion



Climate sensitivity in ℃

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

4.3 Sensibilité climatique

Réchauffement global au XXIe siècle: $+0.7^\circ$C
Récement: $+0.2^\circ$C par decennie.

Concentration CO_2: $+30\%$.

$\Delta T_{2\times}$: réchauffement correspondant au doublement de la concentration de CO_2 équivalent.

0.7 / 30% * 100% $\simeq$ 2.3 $^\circ$C.

Littérature récente

	$T_{2x} \in [0°\mathrm{C}, 1.5°\mathrm{C}]$	$[1.5°\mathrm{C}, 4.5°\mathrm{C}]$	$[4.5°\mathrm{C}, 10°\mathrm{C}]$
PDF Littérature	[0, 0.07]	[0.31, 0.98]	[0.02, 0.62]
Kriegler (2005)	[0, 0.00]	[0.53, 0.99]	[0.01, 0.47]

Table: Intervalles de probabilité pour la sensibilité climatique.

Exemple: $0.31 \leq p(\Delta T_{2x} \in [1.5°\mathrm{C}, 4.5°\mathrm{C}]) \leq 0.98$.

Conclusions

Sur la méthode:

- Approche hiérarchique originale, accepte l'imprécision
- Répond aux défis méthodologiques
- Modélisation sociologique du groupe d'experts

Sur la sensibilité climatique:

- Au dessus de 4.5 déjà plausible en 1995
- En dessous de 1.5 moins plausible aujourd'hui