

Incertitude et analyse du long terme

Minh HA-DUONG

haduong@centre-cired.fr

1. Un problème fondamental de l'analyse du long terme

Les dimensions humaines de l'ignorance

Dimensions de l'ignorance

Erreur: information incomplète, désir de corriger
(risque, incertitude, incomplétude)

1. Aspects psychologiques
2. Aspects stratégiques

1. Dimensions psychologiques

Ignorance active des éléments
hors de propos

- Surprise
- Métaphysique
- Tabous

Surprise

Chose inattendue:

Désaccord entre un stimulus et la connaissance pré-établie.

Surprise \neq changement abrupt

Rôle des scénarios

Métaphysique

- Non vérifiable: mystères de la Foi, valeurs, systèmes de croyance
- Paramètres du modèle de décision: risque, critère, temps, équité.
- Diversité, source de résilience
- Rôle du dialogue

Tabous

- Ce que les membres d'un groupe social ne doivent pas savoir ni même demander
- Exemple: mandat GIEC
- Dénégation morale (injuste) dérape vers déni scientifique (faux)
- Rôle des intervenants extérieurs

2. Ignorance stratégique

- Conflits
- Confiance et coordination
- Passager clandestin
- Asymétrie d'information

Jeu des prisonniers

- Deux prisonniers, chacun peut
 - dénoncer l'autre ($s=D$)
 - garder le silence ($s=C$)
- La condamnation est
 - Lourde si seul coupable ($u=0$)
 - Moyenne si torts partagés ($u=1$)
 - Relaxe si personne n'avoue ($u=2$)
 - Récompense si seul informateur ($u=3$)

Dilemne du prisonnier

$$S_{\text{bleu}} = S_{\text{rouge}} = \{\text{C: se taire, D: parler}\}$$

Gain du
joueur **bleu**

| | D | C |
|----------|----------|----------|
| D | 1 | 3 |
| C | 0 | 2 |

Gain du
joueur **rouge**

| | D | C |
|----------|----------|----------|
| D | 1 | 0 |
| C | 3 | 2 |

Vous faites quoi ?

Rationalité: individuelle ou collective ?

- Stratégie dominante: dénoncer l'autre
- Optimum collectif non stable
- Equilibre de Nash: personne n'a intérêt à dévier

Gain du
joueur **bleu**

| | D | C |
|----------|----------|----------|
| D | 1 | 3 |
| C | 0 | 2 |

Gain du
joueur **rouge**

| | D | C |
|----------|----------|----------|
| D | 1 | 0 |
| C | 3 | 2 |

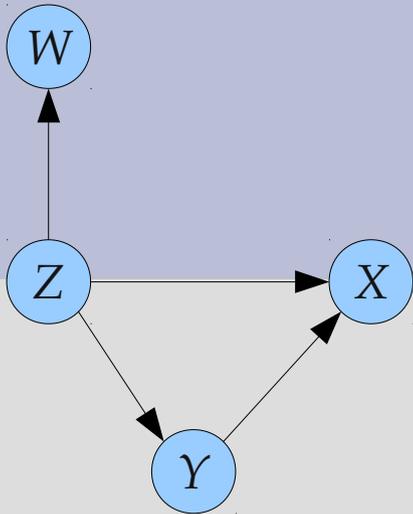
Hypothèses critiques

- Décisions indépendantes
- Les joueurs connaissent le jeu
- Jeu unique

Conclusion 1

La prospective doit répondre aux dimensions
humaines de l'ignorance

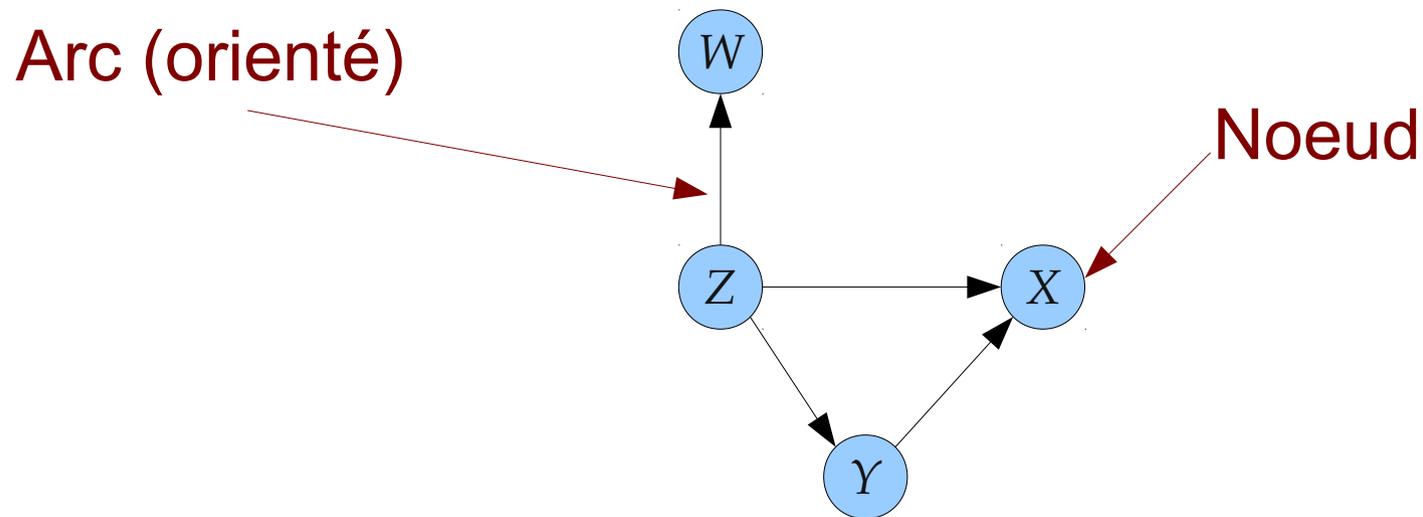
2. Un outil: le diagramme d'influence



1. Aide à la communication
2. Carte cognitive
3. Réseau bayésien

Vocabulaire

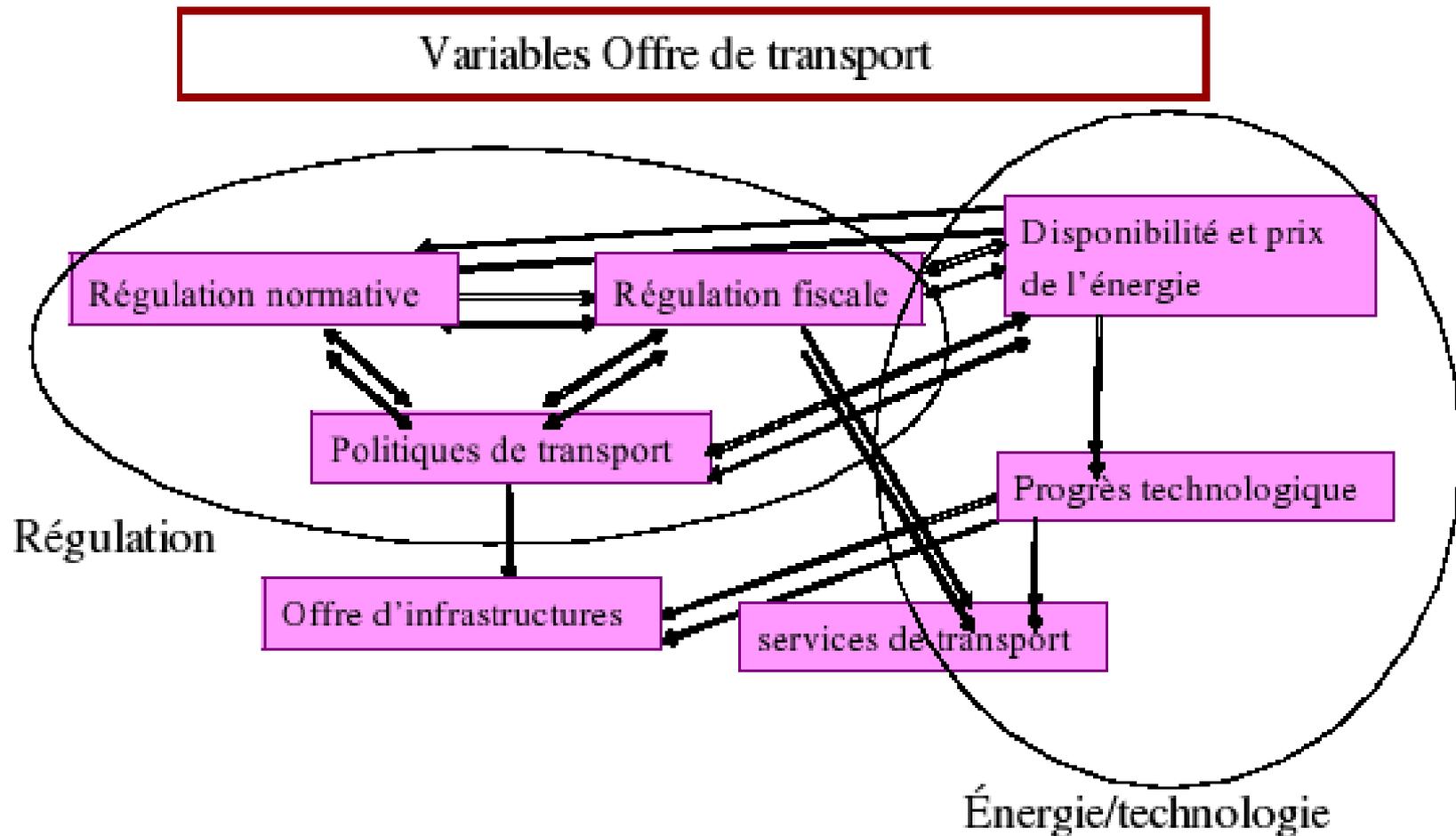
Graphe orienté acyclique



Chemin: Z, Y, X

Cycle: chemin fermé

1. Organiser graphiquement des variables



Source: Futuribles (2005) Rapport d'étude prospective pour l'élaboration de scénarios exploratoires sur les transports à horizon 2050

Avantages et inconvénients

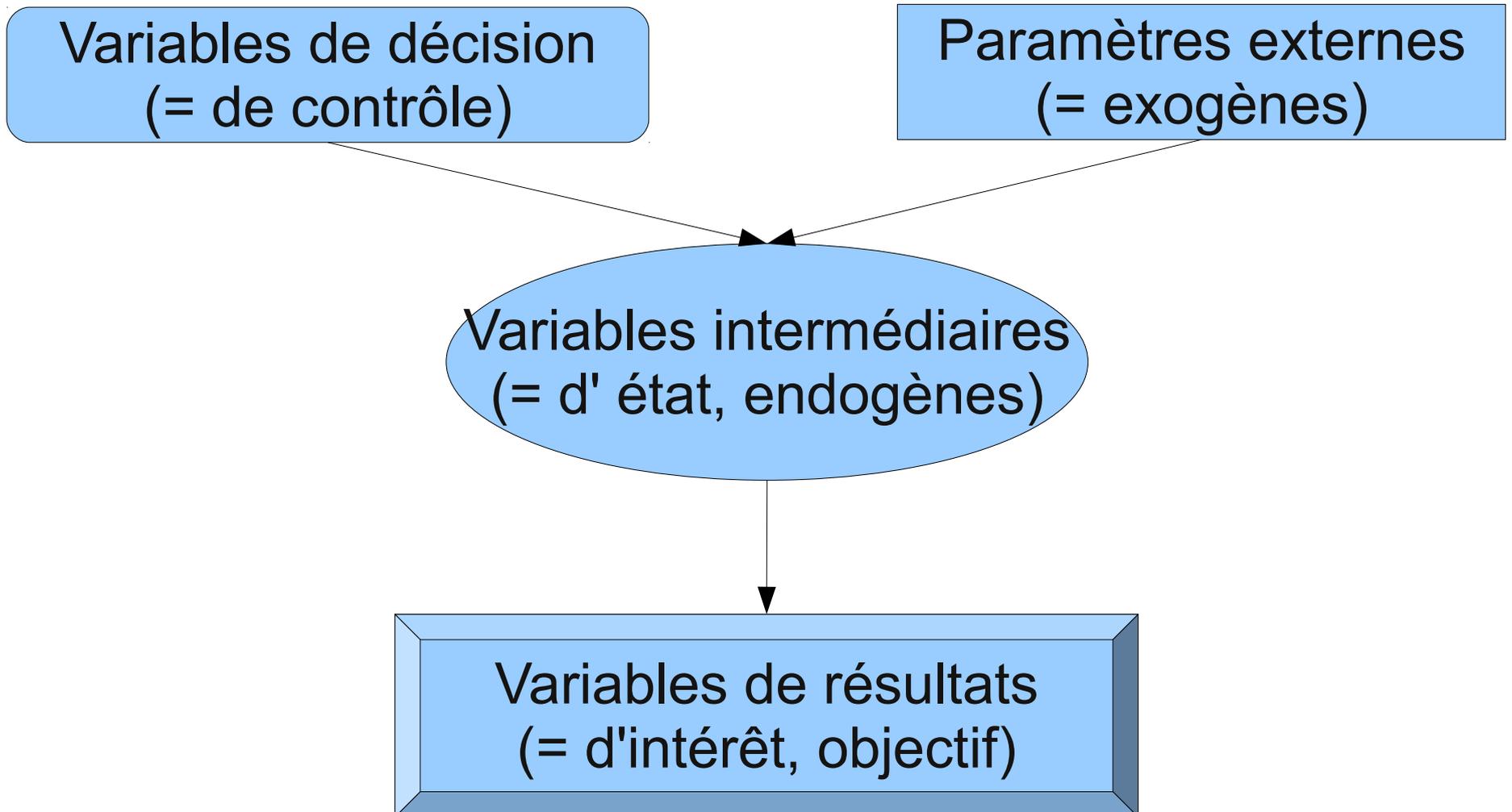
- Communication: organiser les variables
- Modélisation: interprétations formelles
- Tout dépend de tout et réciproquement: garder en vue la question posée

Boucles de rétroaction

Nombre de - dans un cycle:

- Pair: boucle positive, divergence
- Impair: boucle négative, stabilisante

Types de variables

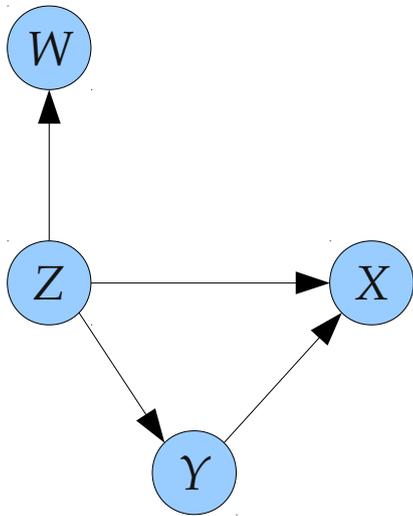


Types de carte mentale

- Carte de dépendances:
la présence d'une flèche garanti la dépendance
- Carte d'indépendances:
l'absence d'une flèche garanti l'indépendance
- Carte parfaite (exhaustive): les deux

3 représentations équivalentes

Diagramme d'influence



Equations structurelles

$$X = f(Y, Z)$$

$$W = g(Z)$$

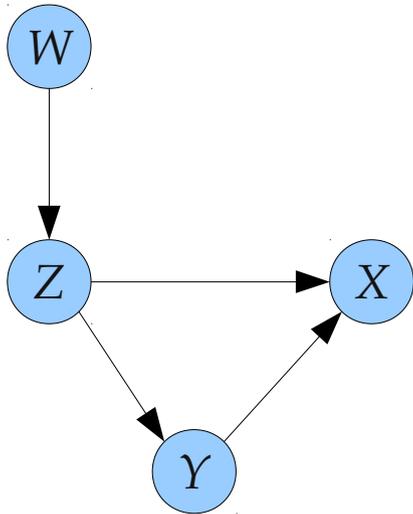
$$Y = h(Z)$$

Matrice d'incidence

| | | Effet | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | <i>W</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> |
| Cause | <i>W</i> | <i>0</i> | <i>0</i> | <i>0</i> | <i>0</i> |
| | <i>X</i> | <i>0</i> | <i>0</i> | <i>0</i> | <i>0</i> |
| | <i>Y</i> | <i>0</i> | <i>1</i> | <i>0</i> | <i>0</i> |
| | <i>Z</i> | <i>1</i> | <i>1</i> | <i>1</i> | <i>0</i> |

Simulation qualitative

- La matrice d'influence décrit l'évolution d'une période sur l'autre
- Coefficients entre -1 et +1
- Simulation par itérations
 - Trajectoires
 - Configurations limite



3. Réseau bayésien

X, Y, \dots variables aléatoires discrètes:

X : Vrai ou Faux

Y : Haut, Moyen ou Bas

...

Les flèches décrivent les dépendances :

$$P(W, X, Y, Z) = P(W) P(Z|W) P(Y|Z) P(X|Y, Z)$$

Avantages et inconvénients

- Résoud le problème de la complexité de la distribution de probabilité jointe
- Graphes dirigés acycliques:
pas de boucle de rétroaction
- Data mining, statistiques avancées, induction et abduction cohérente

Conclusion 2

- Le diagramme d'influence visualise une liste de variables interdépendantes
- Variables de contrôle / exogènes / endogènes / objectif
- DI + information qualitative:
Carte mentale (cognitive map)

3. Une méthode:

La prospective par les scénarios

1. Spécifications d'une étude prospective
2. Méthode des scénarios
3. Utilisation pour la décision

1. Spécifications

- Historique: pour qui, pourquoi ?
- Normatif ou exploratoire ?
- Combien de scénarios ?

Bref historique

- Après guerre (1950's) : 2 écoles.
 - Rand, SRI, ... développement des techniques Delphi et de la méthode des scénarios (défense et sécurité).
 - « École française » : approche holistique et philosophique (rapport DATAR).
- Prospective et scénarios appliqués au monde des affaires :
 - Royal Dutch Shell et Pierre Wack.

Deux sortes de scénarios

Les scénarios exploratoires :

Décrire l'étendue des futurs possibles sans limites (tendances, éléments prédéterminés, ruptures, incertitudes, ...).

Les scénarios normatifs stratégiques:

Les options stratégiques et l'analyse de sensibilité (scénarios normatifs) avec analyse des risques.

Scénarios exploratoires

Il n'existe pas de futur prédéterminé, mais une impérieuse nécessité de réduire l'étendue des incertitudes.

« A l'égard du passé, la volonté de l'homme est vaine, sa liberté nulle, son pouvoir inexistant [...]. Le passé est le lieu des faits sur lesquels je ne puis rien, il est aussi du même coup le lieu des faits connaissables ».

– *Bertrand de Jouvenel, « L'art de la conjecture », Éditions du Rocher, 1964.*

Combien de scénarios ?

- Nécessité: plus que 1
- Simplicité: moins que 5
- Exploratoires: Tendances centrale ou non ?
- Normatifs: Souhaités ou redoutés ?

Prospective \neq simulation

- Approche multidisciplinaire d'inspiration systémique.
- Temps long (passé, présent et futurs).
- Ruptures (seuils, signaux faibles, éléments prédéterminés, incertitudes majeures, ...).

2. Méthode des scénarios

- Définition du problème et horizon.
- Analyse système: variables-clés
- Acteurs
- Microscénarios
- Combinatoire des hypothèses en scénarios cohérents
- Modélisation des trajectoires.
- Choix stratégiques.

Définition du problème et choix de l'horizon

- Recherche documentaire
 - Internet, experts, documentalistes
- Séries temporelles rétrospectives
 - Profondeur = 2 x horizon
- Horizon: temps des ruptures

Variables clés (inducteurs)

- Déterminantes pour la variable d'intérêt
- En nombre restreint
- Analyse retrospective longue

- Exemple: identité de Kaya

$$CO2 = POP * \frac{PIB}{POP} * \frac{ENE}{PIB} * \frac{CO2}{ENE}$$

Co-construction du futur

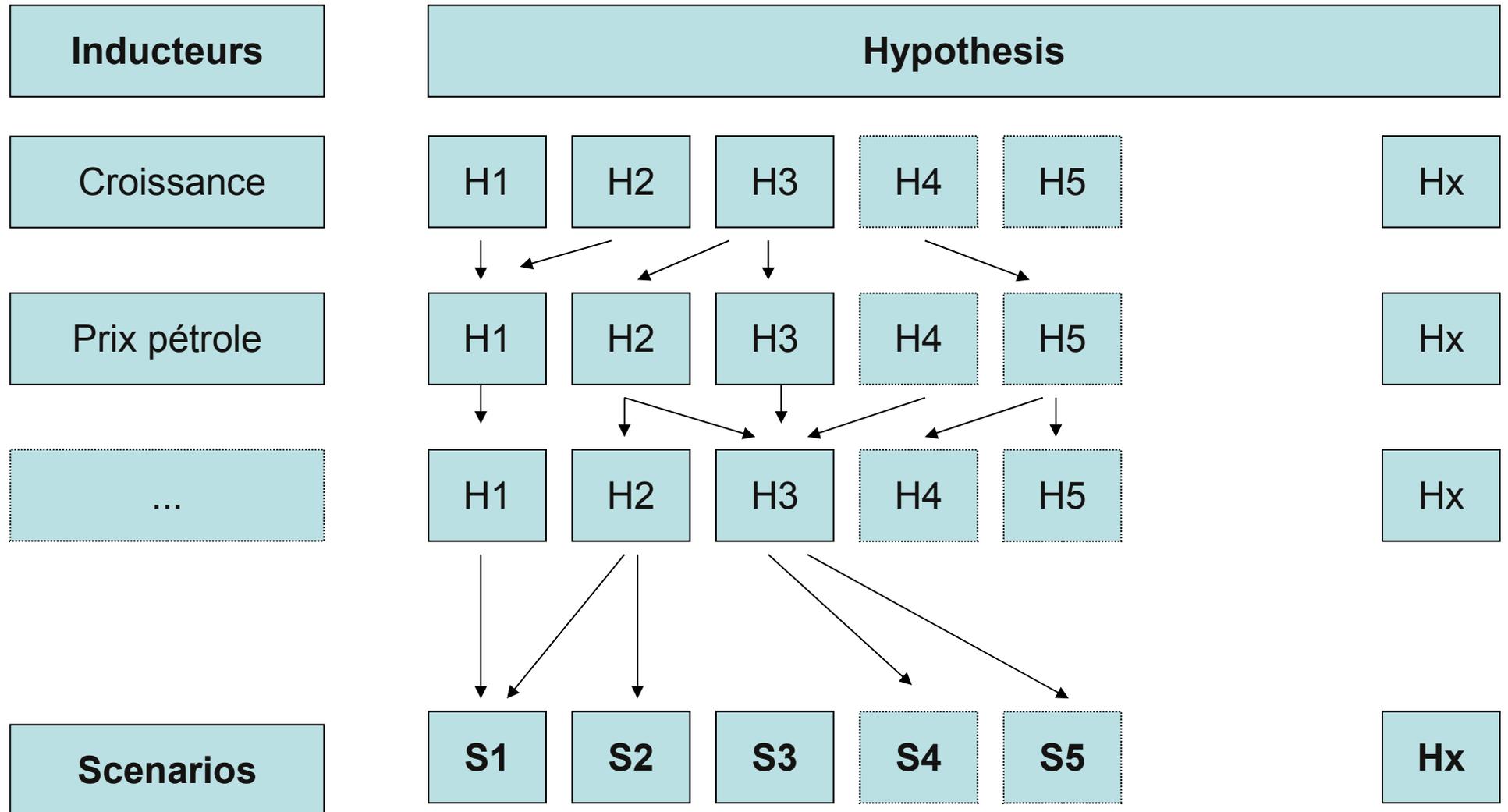
- « Ni prophétie ni prévision, la prospective n'a pas pour objet de prédire l'avenir – de nous le dévoiler comme s'il s'agissait d'une chose déjà faite – mais de nous aider à le construire. Elle nous invite donc à le considérer comme à faire, à bâtir, plutôt que comme quelque chose qui serait déjà décidé et dont il conviendrait seulement de percer le mystère ».

Hugues de Jouvenel, « Invitation à la prospective », Futuribles Perspectives, 2004.

- Nous devons « considérer l'avenir non plus comme une chose déjà décidée et qui, petit à petit, se découvrirait à nous, mais comme une chose à faire ».

Gaston Berger, « L'attitude prospective », Prospective, n°1, 1958.

Le jeu combinatoire



Modèles et scénarios

- Modèles
 - Approche cartésienne en sous-systèmes
 - Quantitatifs, (faussement) précis
 - Communication efficace.
 - Doit être paramétré
- Scénarios
 - Narration d'abord qualitative
 - Vague (plus justes ?)
 - Peut utiliser des modèles
 - Base + Cheminement + Image finale

3. Utilisation pour agir

- Influence une décision stratégique
- Cadre le discours permanent

☠ Paralyse par l'analyse ☠

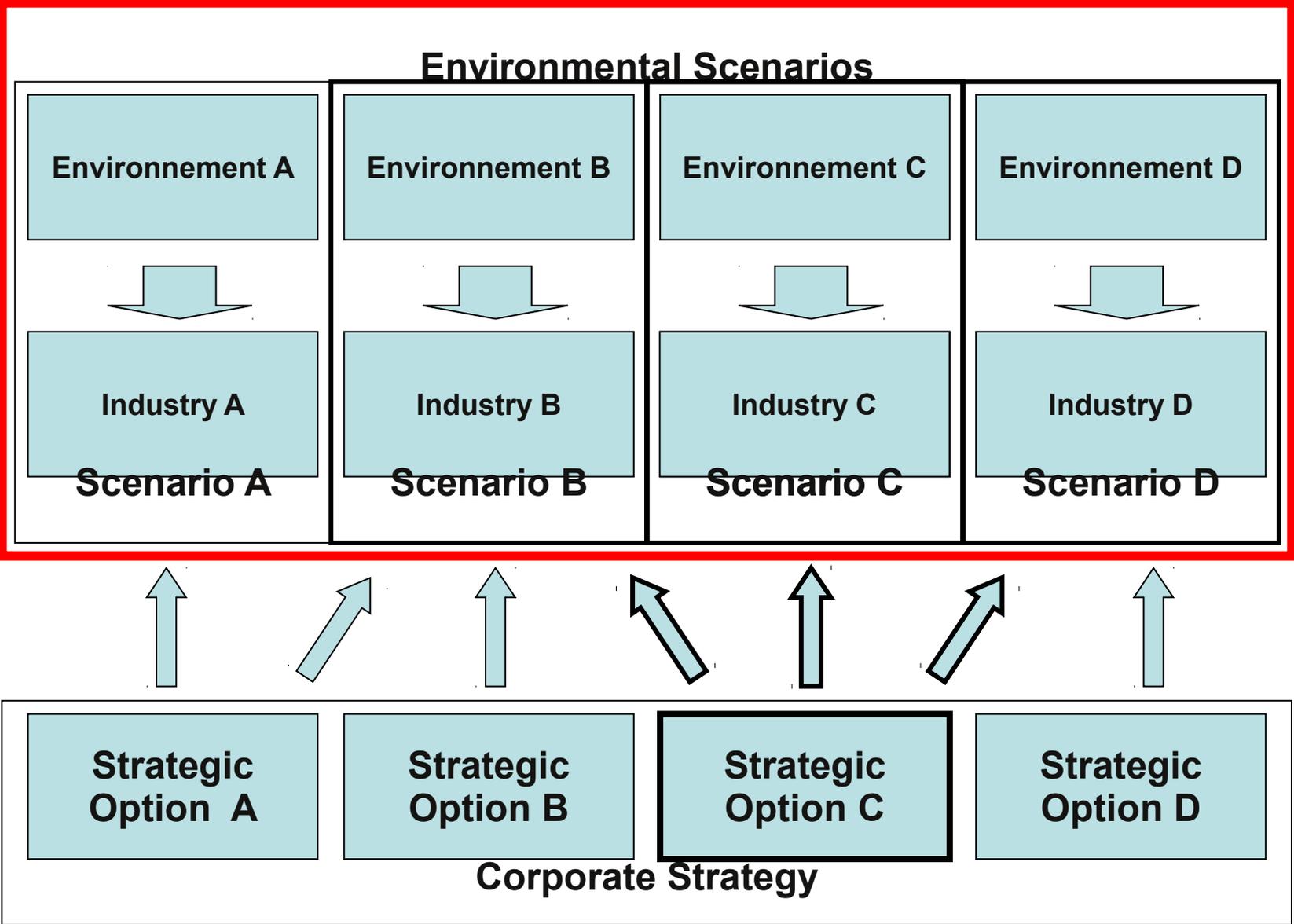
Équilibres nécessaires:

- réactivité et anticipation
- prospective/stratégie et exécution.

« Alors, au contraire, que l'avenir est pour l'homme, en tant que sujet connaissant, domaine d'incertitude, et pour l'homme, en tant que sujet agissant, domaine de liberté et de puissance ».

Hugues de Jouvenel, « Invitation à la prospective », Futuribles Perspectives, 2004.

Prospective & Stratégie



Réflexion critique

- Influence de l'environnement
- Plausibilité relative
- Signaux avant-coureurs

Présentation de scénario

- Scénarios existants
- Description qualitative:
histoire plausible originale
- Combinaison des hypothèses sur les facteurs déterminant les émissions
- Simulations modèle.

Conclusion

- « Scenarios are attempts to describe in some details a hypothetical sequence of events that could lead plausibly to the situation envisaged ».
Herman Kahn.
- « Scénarios are stories about the way the world might turn out tomorrow, stories that can help us recognize and adapt to changing aspects of our present environment ».
Peter Schwartz.

Incertitude et théorie de la décision

Minh HA-DUONG

haduong@centre-cired.fr

1. Décision dans le risque

Maximiser l'espérance de l'utilité

1. Critères de décision
2. Maximisation de l'utilité
3. Information et option
4. Limites du modèle standard

1. Un problème de décision

Le marchand de glaces

4 emplacements: $x = \alpha \beta \gamma \delta$

Temps chaud ou froid: $s = C, F$

| | α | β | γ | δ |
|----------|----------|---------|----------|----------|
| C | 10 | 6 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 0 | 3 |

Profit $\Pi(s, x)$

Critères de décision

- Maximum de l'espérance de gain
- Maximin (précaution)
- Maximax

Ce n'est pas à l'analyste de choisir le critère.

2. L'utilité des gains

Croissante

Mais de moins en moins vite

Modèle de décision standard

- Gains monétaires $\pi(S, X)$
- États du monde s de probabilité $p(s)$
- Fonction d'utilité $U(\pi)$

Choisir la décision x qui maximise l'utilité espérée:

$$\Pi^* = \max_x \sum_s p(s) u(\pi(s, x))$$

Avantages du modèle standard

Portée générale: u paramétrise des différents critères possibles.

Garantie de rationalité

Sépare bien u , p , et π .

3. Information et option

- Stratégie contingente
- Valeur de l'information
- Valeur d'option

Le marchand de glaces

Espérance de gain en s'adaptant à s ?

| | α | β | γ | δ |
|----------|----------|---------|----------|----------|
| C | 10 | 6 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 0 | 3 |

Profit $\Pi(s, x)$

Valeur de l'information

Gain espéré de la stratégie contingente

$$\Pi^{\#} = \sum_s p(s) \left(\max_x u(\pi(s, x)) \right)$$

Valeur espérée de l'information

$$EVPI = \Pi^{\#} - \Pi^*$$

Valeur de la flexibilité

En supposant que l'information sera

- parfaite
- gratuite

$$OV = \Pi^{\#} - \Pi^*$$

4. Limites du modèle standard

- Long terme
- Risque, incertitude, incomplétude
- Rationalité et décision

Long terme et actualisation

1€ à t vaut $(1+r)^{-t}$ € aujourd'hui

r taux d'actualisation

écrase les bénéfices à long terme
actualisation hyperbolique

Degrés d'ignorance

- Risque: on connaît les probabilités
- Incertitude: on connaît les états
- Incomplétude

Rationalité et décision

- Modèle normatif, pas descriptif:
habitudes, émotions
- Décideur unique vs. société:
jeux stratégiques, confiance

Conclusion 1: à retenir

- Maximiser l'espérance du gain
- ... ou de son utilité.

- Risque, incertitude, incomplétude et dimensions humaines

2: Décision dans l'incertitude

- Risque: Probabilité précise justifiée
- Incertitude: Probabilité imprécise
- Incomplétude

Décision dans le risque: Maximiser l'utilité espérée

- États du monde s probabilité $p(s)$
- Acte x
- Gains monétaires $c(x,s)$
- Fonction d'utilité $u(c)$

Choisir x^* qui maximise SEU :

$$E_p u(c) = \sum_s p(s) u(c(x, s))$$

Exercice 1

Un individu a une fonction d'espérance de l'utilité de la forme $u(w) = w^{1/2}$, c'est à dire que "son bonheur est la racine carrée de sa richesse w ". Sa richesse initiale s'élève à 4€. Il possède un billet de loterie qui peut valoir 12€ avec la probabilité $\frac{1}{2}$ et 0€ avec la probabilité $\frac{1}{2}$.

- 1.1) Quelle sont sa richesse et son utilité dans les différents états du monde ?
- 1.2) Quelle est l'espérance de sa richesse et de son utilité ?
- 1.3) Quel est le plus petit prix p auquel il serait disposé à vendre le billet de loterie ?

Corrigé 1

1.1 et 1.2)

| | Richesse | Utilité |
|-----------|----------|---------|
| Gagnant | 16 | 4 |
| Perdant | 4 | 2 |
| Espérance | 10 | 3 |

1.3) S'il ne vend pas son utilité espérée est 3.

S'il vend au prix x , sa richesse est $4+x$ et son utilité $(4+x)^{1/2}$

Il est prêt à vendre si $(4+x)^{1/2} > 3$, c'est à dire $x > 5$

Définition: équivalent certain

L'investisseur est indifférent entre détenir le billet de loterie et détenir l'équivalent certain: 5 euros.

On appelle équivalent certain de $w_{risqué}$ la richesse sans risque w_{eq} qui procure la même utilité que $w_{risqué}$:

$$u(w_{eq}) = E u (w_{risqué})$$

c'est à dire $w_{eq} = u^{-1}(E u (w_{risqué}))$

Définition: Prime de risque

L'investisseur est averse au risque, l'équivalent certain (5) est inférieur à l'espérance de gain (6).

On appelle prime de risque la différence entre l'espérance de gain risqué et l'équivalent certain:

$$\textit{Prime de risque} = E W_{\text{risqué}} - W_{\text{eq}}$$

Exercice 2

Un individu dispose d'un revenu de mille euros. On lui offre la possibilité d'investir dans un projet qui présente 50 % de chance de rapporter 200 euros et 50 % de chance d'imposer des pertes de 100 euros. L'utilité que l'individu retire de différents niveaux de revenu est :

| | | | | | | |
|---------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Revenu | 900 | 950 | 1000 | 1010 | 1100 | 1200 |
| Utiles | 200 | 210 | 214 | 214.5 | 218.8 | 220 |

2.1) Cet individu choisit-il d'investir dans le projet ?

2.2) Quel est le coût du risque, mesuré par la prime de risque ?

2.3) Supposez maintenant que le projet est également partagé entre deux investisseurs qui, tous les deux, disposent des préférences décrites ci-dessus. Choisissent-ils d'investir dans le projet ?

Corrigé 2

2.1) Non car s'il investit, son utilité espérée est
 $210 = 0.5 * u(900) + 0.5 * u(1200)$, contre 214 s'il n'investit pas.

2.2) $1050 - 950 = 100$ euros

2.3) Oui. Les gains et les pertes sont partagées, ce qui fait que l'espérance de l'utilité devient 214.5.

2. Imprécision et incertitude

La probabilité n'est pas unique,
c'est un intervalle:

- Urne d'Ellsberg
- Paris cohérents (De Finetti)
- Modèle de Dirichlet imprécis

2.1 Urne d'Ellsberg

Tirage d'une boule d'une boîte contenant

- 3 boules de couleur
- 1 est jaune
- les 2 autres sont rouges ou noires

La probabilité de *rouge* est comprise entre 0 et $2/3$.

2.2 Petit exercice...

Un investisseur a accepté un projet lui rapportant 4 utiles dans le cas favorable (probabilité p) et -4 sinon.

On suppose qu'il est rationnel au sens SEU.

Qu'en déduit-on sur p ?

Paris et information

S'il a accepté l'investissement,

$$4p + (-4)(1-p) > 0$$

c'est à dire $p > \frac{1}{2}$

Les comportement révèlent les croyances des agents économiques

Application: marchés prédictifs

2.3 Inférence imprécise

- *Probabilité d'un mois très pluvieux à Paris l'année prochaine ?*
- Arbitrage précision/confiance
- Quand, peu/pas d'observations, une réponse imprécise: 2.5 à 5 pourcent peut être mieux justifiée.

Modèle Beta Imprécis

Croyance = fréquence après l'an prochain:

- plus que $9/(219+1)$
- moins que $(9+1) / (219+1)$

Cas général de m positifs en n essais:

$$\left[\frac{m}{n+s}, \frac{m+s}{n+s} \right]$$

Mois pluvieux à Paris

| Periode | | <i>n</i> | <i>m</i> | <i>s</i> | Croyance (%) |
|----------------|-----|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 1870-1989 | 219 | 9 | 0 | 4.1 | précise |
| idem | | 219 | 9 | 1 | 4.1 - 4.5 |
| idem | | 219 | 9 | 2 | 4.1 - 5.0 |
| 1900- | 89 | 3 | 1 | 3.3 - 4.4 | |
| 1950- | 39 | 1 | 1 | 2.5 - 5.0 | |

Accident nucléaire majeur

| Periode | | <i>n</i> | <i>m</i> | <i>s</i> | Croyance (%) |
|----------------|----|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 1950-2006 | 56 | 2 | 1 | 3.5 - 5.3 | |
| 1986-2006 | | 20 | 0 | 1 | 0 - 4.8 |

↑
Niveau de
possibilité
1/21

3. Incertitude et décision

- Croyance: p imprécise

$$p \in C$$

- Par exemple: s très peu probable

$$p(s) \leq 0.1$$

Décision dans l'incertain

- États du monde s
- Probabilité imprécise $p \in \mathcal{C}$
- Acte x
- Gains en utiles $u(x, s)$

Comment choisir x^* ?

Critères de Bayes

On peut se ramèner au cas standard si on se donne une règle pour choisir une probabilité précise p_0 dans C .

On dit que $x^\#$ est un pari de Bayes ssi il existe p_0 dans C tel que

$$x^\# = \max_x E_{p_0} x$$

Choix de p_0 ??

Critères optimiste/pessimiste

Choisir x^* qui maximise:

$$\bar{P}(x) = \max_{p \in C} E_p u(x, s)$$

ou:

$$\underline{P}(x) = \min_{p \in C} E_p u(x, s)$$

Critère de Ellsberg

$$U(X) = aE_{p_0} X + (1-a)(b\bar{P}(X) + (1-b)\underline{P}(X))$$

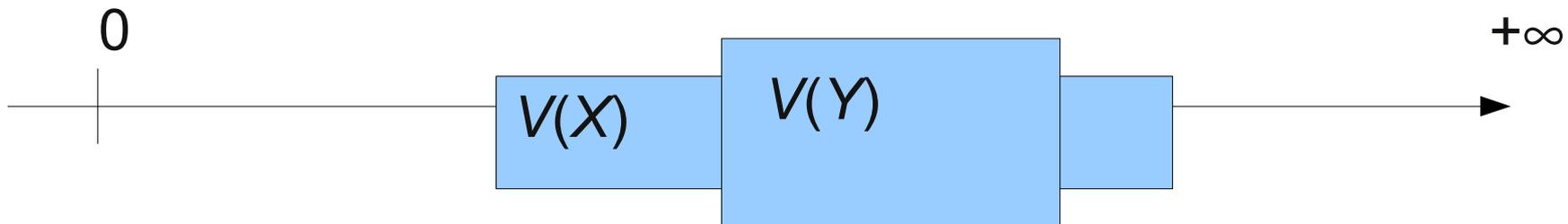
Y est préféré à X ssi $U(Y) > U(X)$



Critère de Bewley/Walley

La valeur espérée est un intervalle

$$V(X) = [\underline{P}(X), \bar{P}(X)]$$



Pas d'ordre total mais partiel:

Donner X pour recevoir Y ssi

$$\underline{P}(Y - X) \geq 0$$

Conclusion 2: à retenir

- L'information est parfois imprécise
- Deux familles de critère de décision, ordre total ou partiel