Et si la précaution n'était pas qu'un principe ?
Le principe de précaution et les normes
Université Paris Diderot - Paris 7, 19 mai 2009.

Aspects de la précaution en théorie de la décision rationnelle: choix révisables, imprécision, incomplétude et controverses

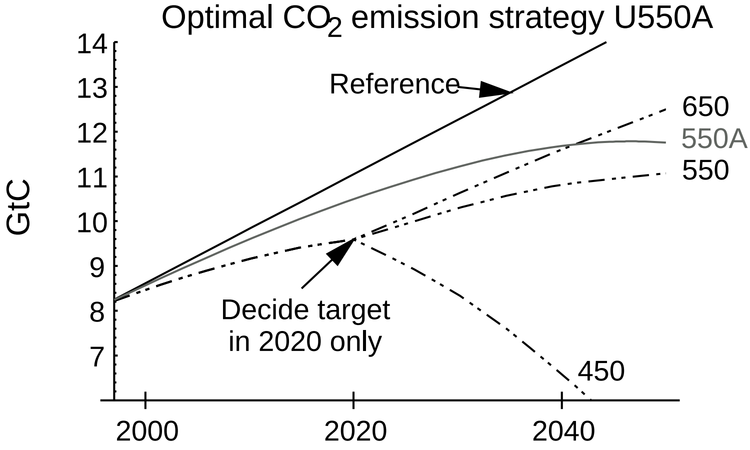
Minh Ha-Duong

Plan

1. Théorie de la décision, choix révisables et controverses
2. Le modèle des croyances transférables
3. L'aggrégation hiérarchique des opinions d'experts
4. Décision et incertitude

Le cas du changement climatique.

1. La décision séquentielle, une modélisation de la précaution



Choix révisable, équiprobabilité des états du monde, résolution en programmation dynamique stochastique.

Limites

Équiprobabilité $\neq$ absence d'information

Absence d'information $\neq$ ou informations contradictoires

La découverte scientifique peut augmenter le doute

-

Vers une modélisation de la situation de décision sous controverse

Sensibilité climatique $\Delta T_{2\times}$

Le réchauffement global moyen causé par une doublement de la concentration atmosphérique de CO2.

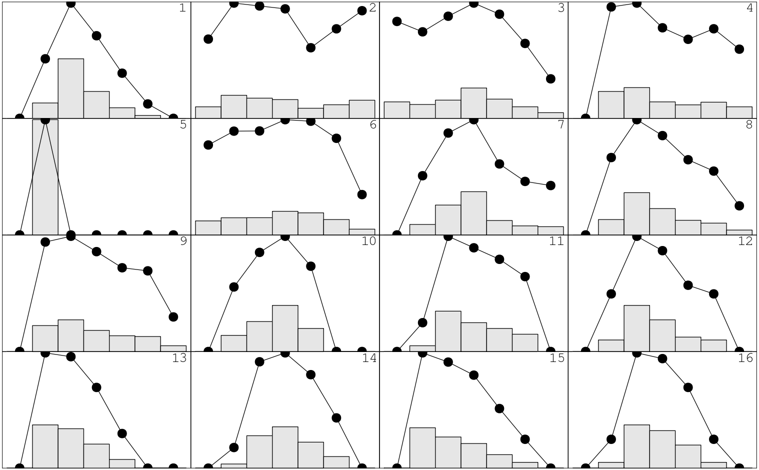
Socialement, c'est aussi une ancre de communication imprécise.

Publications de lois de probabilités subjectives et (plus récement) objectives. Entre 1.5°C et 4.5°C ou plus?

Morgan et Keith (1995), subdivisé en 7 intervalles:

$$\begin{aligned} \Omega &= \{\omega_1, \ldots, \omega_7\} \\ &= \{[-6, 0],\ [0, 1.5],\ [1.5, 2.5],\ [2.5, 3.5],\ [3.5, 4.5],\ [4.5, 6],\ [6, 12]\} \end{aligned}$$

Controverses: tout est possible {2,3...}, réchauffement {4...}, voix médiane {1...}, pas de problème {5}



Problèmes de fusion des opinions d'experts

- Non indépendance $\longrightarrow$ Attention à la fausse précision
- Contradiction totale des opinions
- Eviter l'*argumentum ad populum*: (science valide $\neq$ vote democratique)
- Peut-on jauger les experts ?

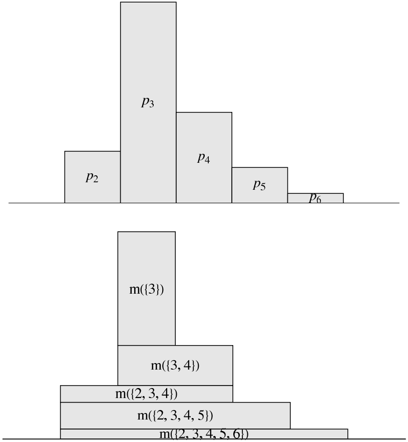
Proposition: une approche hiérarchique

i. Partitionner les experts en groupes/écoles/théories

ii. Intra-groupe, conjonction prudente des opinions

iii. Entre les groupes, disjonction

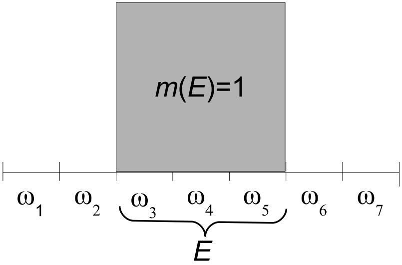
2. On représente un état de croyance en répartissant une masse totale unitaire entre tous les sous ensembles A de Ω



$$m \text{ telle que } \sum_{A \subset \Omega} m(A) = 1$$

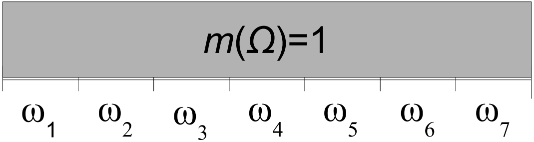
Croyances catégoriques: la fonction indicatrice E^∞

Exemple: "La sensibilité climatique est dans [1.5,4.5°C]."

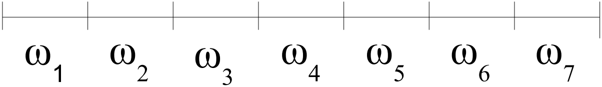


Croyances catégoriques particulières

Croyance vide, pas d'information Définie par Ω^∞.

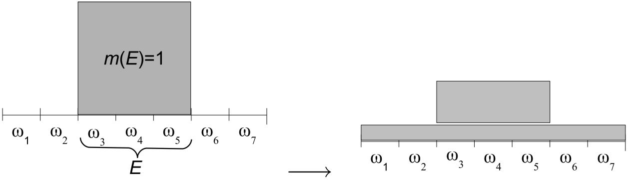


Confusion, trop d'information Définie par $\{\}^\infty$.



Doute et croyance simple

On ajoute un doute r à une croyance m en la mélangeant avec les croyances vides: $\text{doute}(m, r) = (1 - r)m + r\Omega^{\infty}$

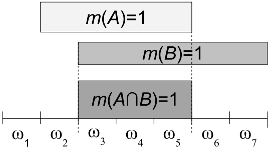


"L'état du monde est E, avec un degré de confiance s" :

$$E^s = \text{doute}(E^{\infty}, e^{-s}) \tag{1}$$

Conjonction et disjonction des croyances

Quand deux sources d'information fiables disent l'une A et l'autre B, on croit en l'intersection de A et B (même vide):



$$A^\infty \circledcap B^\infty = (A \cap B)^\infty$$

Plus généralement:

$$(\mu_1 \circledcap \mu_2)(A) = \sum_{B \cap C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Quand au moins l'une des sources est fiable, on considère l'union des opinions:

$$(\mu_1 \circledcup \mu_2)(A) = \sum_{B \cup C = A} \mu_1(B)\mu_2(C)$$

Décomposition en croyances simples

Pour tout m tel que $m(\Omega) > 0$, il existe des poids $\big(s(A)\big)_{A \subsetneq \Omega}$ tels que:

$$m = \bigcircledcap_{A \subsetneq \Omega} A^{s(A)} \tag{2}$$

Faire la conjonction $\circledcap$ revient à additionner les poids:

$$m_1 \circledcap m_2 = \bigcircledcap_{A \subsetneq \Omega} A^{s_1(A)+s_2(A)} \tag{3}$$

La conjunction $\bigcircledcap$ augmente le degré de confiance: $A^s \circledcap A^s = A^{2s}$.

Acceptable pour fusionner des sources d'informations indépendantes,
mais injustifié pour des experts qui interagissent.

Combinaison prudente de T. Denœux's

Quand...
Expert 1 croit avec confiance $s_1(A)$ que l'état du monde est dans A
Expert 2 a le degré de confiance $s_2(A)$
...on adopte l'opinion du plus confiant:

$$m_1 \owedge m_2 = \bigcap_{A \subsetneq \Omega} A^{\max(s_1(A), s_2(A))} \tag{4}$$

Distributivité: $(m_1 \ocap m_3) \owedge (m_2 \ocap m_3) = (m_1 \owedge m_2) \ocap m_3$
Interpretation:
Expert 1 croit $m_1 \ocap m_3$
Expert 2 croit $m_2 \ocap m_3$
La combinaison prudente $\bigwedge$ ne compte l'évidence m_1 qu'une fois.

3. Fusion: pas d'opérateur satisfaisant

	Moyenne	$\bigoplus$, $\textcircled{\cap}$	$\textcircled{\wedge}$	$\textcircled{\cup}$
Majoritarisme	☹	✓	✓	✓
Contradiction	✓	☹	☹	✓
Fausse précision	✓	☹	✓	☹

Discounting diminue le problème de la contradiction,
mais comment calibrer les experts?

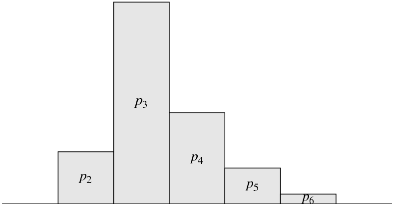
Fusion hiérarchique

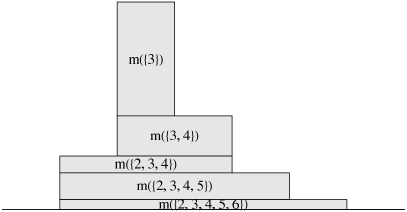
1. Grouper les experts en école de pensée (méthodes adaptative ou sociologique)
2. Dans chaque groupe, combinaison prudente $\owedge$
3. Entre les théories, disjonction $\ocup$

Avec les climatologues:

$$\begin{array}{rcll} m_A & = & m_2 \owedge m_3 \owedge m_6 & \text{Tout est possible} \\ m_B & = & m_4 \owedge m_7 \owedge m_8 \owedge m_9 & \text{Réchauffement} \\ m_C & = & m_1 \owedge m_{10} \owedge \cdots \owedge m_{16} & \text{Voie moyenne} \\ m_D & = & m_5 & \text{Pas de problème} \\ m & = & m_A \ocup m_B \ocup m_C \ocup m_D & \end{array}$$

Rappel: état de croyance m = masse totale unitaire répartie entre tous les sous ensembles A de Ω





Probabilité et plausibilité

Tout m définit une probabilité p^m par:

$$p^m(\omega_i) = \sum_{X \ni \omega_i} \frac{m^*(X)}{|X|}$$

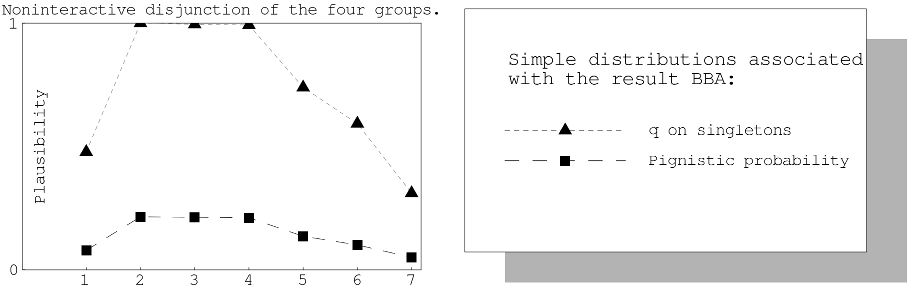
où $|X|$ dénote le nombre d'éléments de X.

Tout m définit une fonction de plausibilité pl,
dont la valeur sur les singletons est:

$$pl(\{\omega_i\}) = \sum_{X \ni \omega_i} m(X) \tag{5}$$

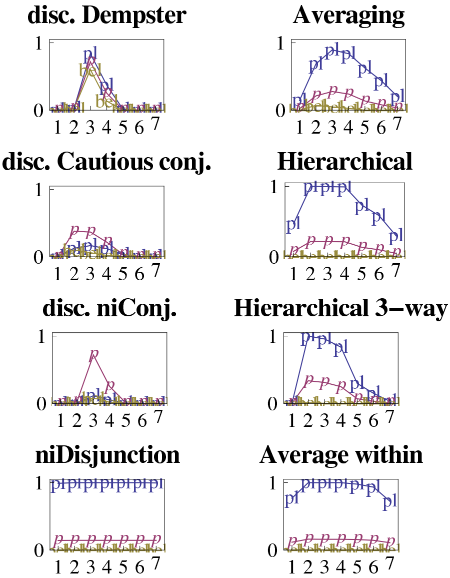
Les niveaux de probabilité sont généralement inférieurs aux niveaux de plausibilité.

Resultats: fusion des 16 experts sur $\Delta T_{2\times}$, MK 1995



i	1	2	3	4	5	6	7
ω_i	-6,0	0,1.5	1.5,2.5	2.5,3.5	3.5,4.5	4.5,6.0	6.0,12
pl	0.48	1.	1.	0.99	0.74	0.59	0.31
p^m	0.08	0.21	0.21	0.21	0.14	0.10	0.05

Fusion symmetrique / Hierarchique



La croyance que $\Delta T_{2x} < 1.5^\circ\mathrm{C}$ a diminué depuis 1995

IPCC 2001: Climate sensitivity is likely to be in the 1.5 to 4.5°C range (unchanged from 1979).

	$T_{2x} \in [0^\circ\mathrm{C}, 1.5^\circ\mathrm{C}]$	$[1.5^\circ\mathrm{C}, 4.5^\circ\mathrm{C}]$	$[4.5^\circ\mathrm{C}, 10^\circ\mathrm{C}]$
PDF Littérature	[0, 0.07]	[0.31, 0.98]	[0.02, 0.62]
Kriegler (2005)	[0, 0.00]	[0.53, 0.99]	[0.01, 0.47]

Table: Intervalles de probabilité pour la sensibilité climatique.

IPCC 2007: [2, 4.5°C] is likely, below 1.5°C is very unlikely.

Note:
Likely means $0.66 \leq p \leq 0.90$,
very unlikely means $p \leq 0.1$.

Conclusions de la fusion des opinions

Sur la méthode:

- Approche hiérarchique originale, accepte l'imprécision
- Répond aux défis méthodologiques
- Modélisation sociologique du groupe d'experts

Sur la sensibilité climatique:

- Au dessus de 4.5 déjà plausible en 1995
- En dessous de 1.5 moins plausible aujourd'hui

4. Décision et incertitude: approches

Critère classique: A partir de ce qu'on croit m, on définit la probabilité p^m, puis on maximise l'espérance de l'utilité.

Critique: autant faire des probabilités précises dès le début

Critère de décision nonadditifs

Maximiser une espérance, mais en pondérant la probabilité avec la possibilité et la nécessité.

Les croyances m définissent une mesure de plausibilité $pl(X)$ (notion de possibilité, X peut arriver), mais aussi une mesure de croyance (notion de nécessité, X doit arriver):

$$\begin{aligned} pl(X) &= \sum_{A \subset \Omega, A \cap X \neq \emptyset} m(A) \\ bel(X) &= 1 - pl(\overline{X}) \end{aligned}$$

Critique: précautionneux au sens où les évènements de probabilités faibles mais plausibles sont pris en compte, mais rationel ?

Critère de décision incomplet

L'incertitude c'est quand les probabilités ne sont pas précisément définies. Ensemble des probabilités admissibles:

$$M = \{p : \forall X \; bel(X) \leq p(X) \leq pl(X)\}$$

A chaque probabilité admissible correspond un choix maximal (optimal). L'information imprécise induit un ordre incomplet, pas de préférence entre les (nombreux) choix maximaux.

Critique: Abandon du premier axiome de la théorie, moins normatif

Conclusions générale

Quand:

- Les choix sont révisables
- L'apprentissage n'est pas monotone
- Les experts se contredisent
- L'information est imprécise

est-il tenable de supposer qu'on peut complètement classer les alternatives ?